

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Récurrance, Synthèse



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

RÉCURRENCE, SYNTHÈSE

16

ÉNONCÉ

Soit la suite numérique (U_n) définie sur l'ensemble des entiers naturels \mathbb{N} par :

$$U_{n+1} = \frac{1}{5} U_n + 3 \times 0,5n, \text{ avec } U_0 = 2.$$

1. a. Compléter le tableau des valeurs de la suite (U_n) approchées à 10^{-2} près :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
U_n	2								

b. D'après ce tableau, énoncer une conjecture sur le sens de variation de la suite (U_n) .

2. a. Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n non nul on a :

$$U_n \geq \frac{15}{4} \times (0,5)^n.$$

b. En déduire que, pour tout entier naturel n non nul : $U_{n+1} - U_n \leq 0$.

c. Démontrer que la suite (U_n) est convergente.

3. Soit (V_n) la suite définie sur \mathbb{N} par : $V_n = U_n - 10 \times 0,5^n$.

a. Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$.

On précisera le premier terme de la suite (V_n) .

b. En déduire, que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_n = -8 \times \left(\frac{1}{5}\right)^n + 10 \times (0,5)^n$.

c. Déterminer la limite de la suite (U_n) .