Maths Expertes
Terminale

Nombres Complexes
Partie Géométrique

MINI COURS

A. Affixe d'un point :

1. Définition :

Un nombre complexe $z = x + iy$ peut être représenté dans le plan par un point M de coordonnées $(x ; y)$: **z est appelé affixe du point M.**

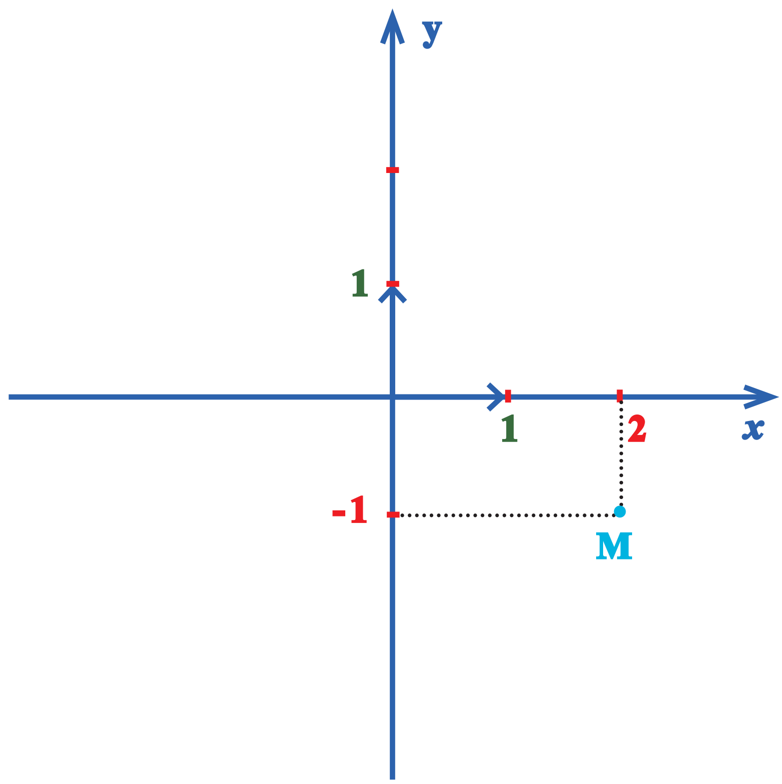
2. Remarque :

On dit que : **le point M est l'image de z.**

3. Exemple :

Soit $z = 2 - i$, un nombre complexe.

Nous pouvons dire alors :
- z est l'affixe du point M $(2 ; -1)$
- M $(2 ; -1)$ est l'image de z.



B. Affixe d'un vecteur :

1. Définition :

Soient A et B deux points d'affixes respectives z_A et z_B.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe le complexe: $z_B - z_A$.

2. Exemple :

Soit : • $z_A = 3 + 2i$, l'affixe du point A

• $z_B = 2 - 7i$, l'affixe du point B.

Dans ces conditions, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2-3 \\ -7-2 \end{pmatrix} \quad \text{cad} \quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

C. Propriétés :

1. Soient A et B deux points d'affixes respectives z_A et z_B.

• Les points A et B sont confondus ssi: $z_A = z_B$.

• Le milieu du segment [AB] a pour affixe: $\dfrac{z_A + z_B}{2}$.

2. Soient $\vec{U}$ et $\vec{V}$ deux vecteurs ayant pour affixe respectives z_u et z_v.

• Les vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont égaux ssi: $z_u = z_v$.

• Le vecteur $\vec{U} + \vec{V}$ a pour affixe: $z_u + z_v$.

3. Les points M (z) et M' ($\bar{z}$) sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses.

D. Comment montrer … ?

Soient quatre points A (z_A), B (z_B), C (z_C) et D (z_D).

1. Deux vecteurs parallèles ou colinéaires :

(AB) // (CD) ssi: $\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}$.

2. Trois points alignés :

A, B et C sont alignés ssi: $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}$.

3. Deux vecteurs orthogonaux :

(AB) $\perp$ (CD) ssi: $\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A}$ est un imaginaire pur.

4. Égalité entre deux longueurs :

la longueur [AB] = la longueur [AC] ssi: $|z_B - z_A| = |z_C - z_A|$.

5. Triangle ABC isocèle en A :

Le triangle ABC est isocèle en A lorsque la longueur du côté [AB] est égale à la longueur du côté [AC] cad ssi : $|z_B - z_A| = |z_C - z_A|$.

6. Triangle ABC rectangle en A :

Le triangle ABC est rectangle en A ssi : $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ est un imaginaire pur.

7. Triangle ABC équilatéral direct :

Le triangle ABC est un triangle équilatéral direct ssi :

$$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{1}{2} + i\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

8. Quadrilatère ABCD = losange :

Le quadrilatère ABCD est un losange ssi :

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ • $|z_B - z_A| = |z_C - z_D|$
- $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ <=> • $|z_D - z_A| = |z_C - z_B|$
- $(BD) \perp (CA)$ • $\dfrac{z_A - z_C}{z_D - z_B}$ est un imaginaire pur.