

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

Nombres Complexes
Partie Géométrique



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

Déterminons la nature du triangle ABC :

D'après le cours: un triangle ABC est rectangle et isocèle en A lorsque la longueur du côté [AB] est égale à la longueur du côté [AC], et que l'angle en A vaut 90° .

- Or:
- longueur du côté [AB] = longueur du côté [AC] ssi $|z_B - z_A| = |z_C - z_A|$,
 - le triangle ABC est rectangle en A ssi $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ est un imaginaire pur.

Ici:

$$\begin{aligned} \bullet |z_C - z_A| &= |1 - 3i - (-2)| \\ &= |1 - 3i| \\ &= \sqrt{(1)^2 + (-3)^2} \\ &= \sqrt{10}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet |z_B - z_A| &= |1 + i - (-2)| \\ &= |3 + i| \\ &= \sqrt{(3)^2 + (1)^2} \\ &= \sqrt{10}. \end{aligned}$$

Donc nous avons bien: $|z_B - z_A| = |z_C - z_A|$.

$$\text{De plus: } \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{1 - 3i}{3 + i} = \frac{(1 - 3i)(3 - i)}{(3 + i)(3 - i)} = -i.$$

Ainsi: $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ est un imaginaire pur.

Au total, toutes les conditions sont réunies: le triangle ABC est donc rectangle et isocèle en A.