

www.freemaths.fr

Maths Expertes Terminale

Nombres Complexes
Forme Trigonométrique



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Calculons le module et un argument du nombre complexe c :

• Le module de c est: $r_c = \left| \frac{4b}{3\sqrt{3}a} \right| = \frac{4}{3\sqrt{3}} \left| \frac{b}{a} \right|$.

Or: $\left| \frac{b}{a} \right| = \frac{|b|}{|a|}$ cad $\left| \frac{b}{a} \right| = \frac{2}{2\sqrt{3}}$ ou encore $\left| \frac{b}{a} \right| = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Ainsi: $r_c = \left(\frac{4}{3\sqrt{3}} \right) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)$
 $= \frac{4}{9}$.

• Un argument de c ?

Nous avons: $c = \left(\frac{4}{3\sqrt{2}} \right) \left(\frac{b}{a} \right)$.

D'où: $\theta_c = \arg \left(d \times \frac{b}{a} \right)$, avec $d = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \left(\frac{4}{3\sqrt{2}}; 0 \right)$

$$= \arg(d) + \arg \left(\frac{b}{a} \right) (2\pi)$$

$$= \arg(d) + [\arg(b) - \arg(a)] (2\pi)$$

$$= 0 + \left[\frac{4\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right] (2\pi) \quad \text{cad} \quad \theta_c = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Au total, le module et un argument du nombre complexe c sont:

$$r_c = \frac{4}{9} \quad \text{et} \quad \theta_c = \frac{3\pi}{2} \quad (\text{par exemple}).$$

2. Écrivons c sous forme exponentielle:

Sous forme exponentielle c s'écrit: $c = \frac{4}{9} e^{i\frac{3\pi}{2}}.$

3. Les points O , I et C sont-ils alignés ?

Les points O , I et C sont alignés ssi: $\arg\left(\frac{c - z_0}{z_I - z_0}\right) = 0 \pmod{\pi}.$

Or: $\bullet z_0 = 0$

$$\bullet z_I = \frac{a + b}{2} = -2i = 2 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right).$$

D'où: $\arg\left(\frac{c - z_0}{z_I - z_0}\right) = \arg\left(\frac{c}{z_I}\right) (2\pi)$

$$= \arg(c) - \arg(z_I) (2\pi)$$

$$= \frac{3\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 2\pi (2\pi).$$

Au total: **oui** les points O , I et C sont bien alignés.