Maths Expertes
Terminale

Nombres Complexes
Forme Trigonométrique

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CONJUGUÉ ET MODULE

1

CORRECTION

D'après le cours, soit $z = x + iy$:
- le conjugué de z s'écrit $\bar{z} = x - iy$
- le module de z est égal à $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

1. Écrivons le conjugué et le module du nombre complexe A :

$$A = \frac{1}{z} = \frac{1}{x + iy} = \frac{(x - iy)}{(x + iy)(x - iy)} = \frac{x - iy}{x^2 + y^2} = \frac{x}{x^2 + y^2} + i\left(\frac{-y}{x^2 + y^2}\right).$$

Ainsi :
- la forme algébrique de A s'écrit : $A = \frac{x}{x^2 + y^2} - i\left(\frac{y}{x^2 + y^2}\right)$
- le conjugué de A s'écrit : $\bar{A} = \frac{x}{x^2 + y^2} + i\left(\frac{y}{x^2 + y^2}\right)$
- le module de A est : $r = \sqrt{\frac{x^2}{(x^2 + y^2)^2} + \frac{y^2}{(x^2 + y^2)^2}}$

cad : $r = \sqrt{\frac{1}{x^2 + y^2}}$.

2. Écrivons le conjugué et le module du nombre complexe B :

$$B = \overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \overline{\left(\frac{x - iy}{x^2 + y^2}\right)} = \frac{x + iy}{x^2 + y^2} = \frac{x}{x^2 + y^2} + i\left(\frac{y}{x^2 + y^2}\right).$$

Ainsi: • la forme algébrique de B s'écrit: $B = \dfrac{x}{x^2 + y^2} + i\left(\dfrac{y}{x^2 + y^2}\right)$

• le conjugué de B s'écrit: $\overline{B} = \dfrac{x}{x^2 + y^2} - i\left(\dfrac{y}{x^2 + y^2}\right)$

• le module de B est: $r = \sqrt{\dfrac{x^2}{x^2 + y^2} + \dfrac{y^2}{x^2 + y^2}}$

cad: $r = \sqrt{\dfrac{1}{x^2 + y^2}}$.

3. Écrivons le conjugué et le module du nombre complexe C:

$$C = \frac{1}{\overline{z}} = \frac{1}{x - iy} = \frac{(x + iy)}{(x - iy)(x + iy)} = \frac{x + iy}{x^2 + y^2} = \frac{x}{x^2 + y^2} + i\left(\frac{y}{x^2 + y^2}\right).$$

Ainsi: • la forme algébrique de C s'écrit: $C = \dfrac{x}{x^2 + y^2} + i\left(\dfrac{y}{x^2 + y^2}\right)$

• le conjugué de C s'écrit: $\overline{C} = \dfrac{x}{x^2 + y^2} - i\left(\dfrac{y}{x^2 + y^2}\right)$

• le module de C est: $r = \sqrt{\dfrac{x^2}{(x^2 + y^2)^2} + \dfrac{y^2}{(x^2 + y^2)^2}}$

cad: $r = \sqrt{\dfrac{1}{x^2 + y^2}}$.