

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

Nombres Complexes
Forme Algébrique



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉEL OU IMAGINAIRE PUR ?

8

CORRECTION

1. Déterminons la forme algébrique de Z :

Ici: $Z = z^2 - z$, avec $z = x + iy$.

$$\begin{aligned} \text{Dans ces conditions: } Z &= (x + iy)^2 - (x + iy) \\ &= (x^2 - y^2 + 2ixy) - x - iy \\ &= (x^2 - y^2 - x) + i(2xy - y). \end{aligned}$$

Ainsi, sous forme algébrique Z s'écrit: $Z = (x^2 - y^2 - x) + iy(2x - 1)$.

2. Proposons deux nombres complexes z non nuls tels que Z soit un nombre réel:

Z est un nombre réel ssi: $y(2x - 1) = 0$.

$$\text{Or: } y(2x - 1) = 0 \text{ ssi } \begin{cases} y = 0 \\ \text{ou} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Nous pouvons ainsi proposer les deux nombres complexes suivants:

- $z_1 = 3$ (quand $y = 0$)

- $z_2 = \frac{1}{2} + 30i$ (quand $x = \frac{1}{2}$).

3. Proposons deux nombres complexes z non nuls tels que Z soit un imaginaire pur:

Z est un imaginaire pur ssi: $x^2 - y^2 - x = 0$.

Or: $x^2 - y^2 - x = 0$ quand, par exemple: • $x = 1$ et $y = 0$,

• $x = 2$ et $y = \sqrt{2}$.

Nous pouvons ainsi proposer les deux nombres complexes suivants:

- $z_1 = 1$ (quand $x = 1$ et $y = 0$)

- $z_2 = 2 + i\sqrt{2}$ (quand $x = 2$ et $y = \sqrt{2}$).