Maths Expertes
Terminale

Nombres Complexes
Forme Algébrique

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

PARTIES RÉELLE ET IMAGINAIRE

1

CORRECTION

D'après le cours, nous savons que la forme algébrique d'un nombre complexe z est $z = x + iy$, avec:

- x = la partie réelle de z, notée $Re(z)$
- y = la partie imaginaire de z, notée $Im(z)$.

1. Déterminons la partie réelle de $P(z)$:

$P(z) = z^2 - 1$, avec: $z = x + iy$.

D'où: $P(z) = (x + iy)^2 - 1$

$= x^2 - y^2 + 2ixy - 1$

$= (x^2 - y^2 - 1) + i(2xy)$.

Ainsi, la partie réelle de $P(z)$ est: $Re(z) = x^2 - y^2 - 1$.

2. Déterminons la partie imaginaire de $P(z)$:

$P(z) = z^2 - 1$, avec: $z = x + iy$.

D'où: $P(z) = (x + iy)^2 - 1$

$= x^2 - y^2 + 2ixy - 1$

$= (x^2 - y^2 - 1) + i(2xy)$.

Ainsi, la partie imaginaire de P (z) est: $Im(z) = 2xy$.

3. Déduisons-en la forme algébrique du nombre $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$:

Posons: • $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

• $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ici: $z = x + iy$, avec: $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Dans ces conditions, la forme algébrique de $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = P(z)$ s'écrit:

$$P\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = Re(z) + i \times Im(z)$$

$$= (x^2 - y^2 - 1) + i \times (2xy)$$

$$= \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 1\right] + i \times \left[\left(2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)\right]$$

$$= \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1\right] + i \times \left[2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$= -1 + i\left(2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right).$$

Ainsi, la forme algébrique de $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ s'écrit: $-1 - i$.