

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

Nombres Complexes
Forme Algébrique



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CONJUGUÉ ET MODULE

2

CORRECTION

D'après le cours, soit $z = x + iy$:

- le conjugué de z s'écrit $\bar{z} = x - iy$
- le module de z est égal à $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

1. Écrivons le conjugué et le module du nombre complexe A :

$$A = (x + iy) + 2 - i = (x + 2) + i(x + y - 1)$$

Ainsi:

- la forme algébrique de A s'écrit: $A = (x + 2) + i(x + y - 1)$

- le conjugué de A s'écrit: $\bar{A} = (x + 2) - i(x + y - 1)$

- le module de A est: $r = \sqrt{(x + 2)^2 + (x + y - 1)^2}$.

2. Écrivons le conjugué et le module du nombre complexe B :

$$\begin{aligned} B &= (x + iy + 2i)(i(x + iy) - 3) \\ &= (x + i(y + 2))((-y - 3) + ix) \\ &= x(-y - 3) + ix^2 + i(y + 2)(-y - 3) - x(y + 2) \\ &= -yx - 3x - xy - 2x + i(x^2 - y^2 - 5y - 6) \\ &= (-5x - 2xy) + i(x^2 - y^2 - 5y - 6). \end{aligned}$$

Ainsi: • la forme algébrique de B s'écrit: $B = (-5x - 2xy) + i(x^2 - y^2 - 5y - 6)$

• le conjugué de B s'écrit: $\bar{B} = (-5x - 2xy) - i(x^2 - y^2 - 5y - 6)$

• le module de B est: $r = \sqrt{(-5x - 2xy)^2 + (x^2 - y^2 - 5y - 6)^2}$.

3. Écrivons le conjugué et le module du nombre complexe C:

$$C = \frac{(x + iy) - i}{3 - (x + iy)}$$

$$= \frac{x + i(y - 1)}{(3 - x) - iy}$$

$$= \frac{[x + i(y - 1)] \times [(3 - x) + iy]}{[(3 - x) - iy] \times [(3 - x) + iy]}$$

$$= \frac{(3x - x^2 - y^2 + y) + i(x + 3y - 3)}{(3 - x)^2 + y^2}$$

$$= \left[\frac{(3x - x^2 - y^2 + y)}{(3 - x)^2 + y^2} \right] + i \times \left[\frac{x + 3y - 3}{(3 - x)^2 + y^2} \right]$$

Ainsi: • la forme algébrique de C s'écrit:

$$C = \left[\frac{3x - x^2 - y^2 + y}{(3 - x)^2 + y^2} \right] + i \left[\frac{x + 3y - 3}{(3 - x)^2 + y^2} \right]$$

• le conjugué de C s'écrit:

$$\bar{C} = \left[\frac{3x - x^2 - y^2 + y}{(3 - x)^2 + y^2} \right] - i \left[\frac{x + 3y - 3}{(3 - x)^2 + y^2} \right]$$

- le module de C est:

$$r = \sqrt{\left[\frac{3x - x^2 - y^2 + y}{(3-x)^2 + y^2} \right]^2 + \left[\frac{x + 3y - 3}{(3-x)^2 + y^2} \right]^2}.$$