

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

Nombres Complexes
Exercice de Synthèse



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

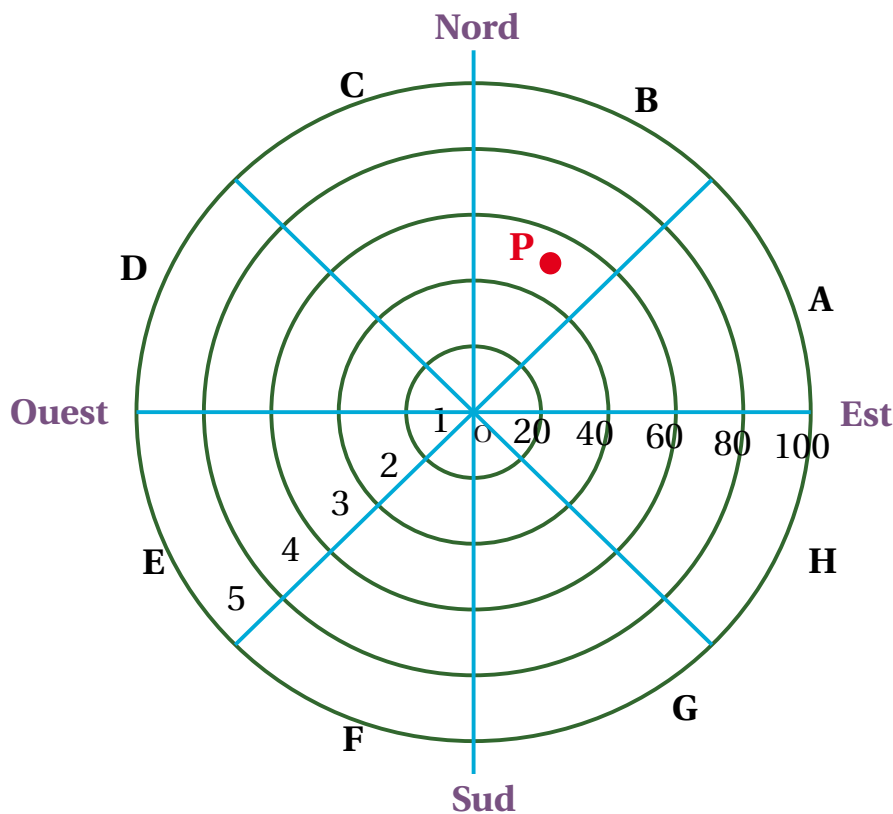
NOMBRES COMPLEXES, SYNTHÈSE

9

ÉNONCÉ

Dans une vaste plaine, un réseau de capteurs permet de détecter la foudre et de produire une image des phénomènes orageux. Ces données servent en particulier aux services météorologiques pour améliorer leurs prévisions et permettre des interventions plus rapides sur les lieux, notamment en cas d'incendie.

L'écran radar, sur lequel les points d'impact de foudre sont observés, a l'allure suivante:



Le capteur de foudre étant représenté par le centre de l'écran, cinq cercles concentriques correspondant aux rayons respectifs 20, 40, 60, 80 et 100 kilomètres délimitent dans l'ordre cinq zones, numérotées de 1 à 5, définies par leur distance au capteur.

De plus, huit segments partant du capteur délimitent huit portions, de même ouverture angulaire, nommées dans le sens trigonométrique de A à H.

L'écran est ainsi partagé en quarante secteurs dénommés par une lettre et un nombre entre 1 et 5. Par exemple, le point P positionné sur la figure est situé dans le secteur B3.

On assimile l'écran radar à une partie du plan complexe en définissant un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ de la manière suivante:

- l'origine O marque la position du capteur ;
- l'axe des abscisses est orienté d'Ouest en Est ;
- l'axe des ordonnées est orienté du Sud au Nord ;
- l'unité choisie est le kilomètre.

1. On note z_p l'affixe du point P situé dans le secteur B3 sur le graphique.

On appelle r le module de z_p et θ son argument dans $] -\pi ; \pi]$.

Parmi les quatre propositions suivantes, déterminer la seule qui propose un encadrement correct pour r et pour θ :

Proposition A	Proposition B	Proposition C	Proposition D
$40 < r < 60$	$20 < r < 40$	$40 < r < 60$	$0 < r < 60$
et	et	et	et
$0 < \theta < \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2} < \theta < -\frac{\pi}{4}$

2. Un impact de foudre est matérialisé sur l'écran en un point d'affixe z . Dans chacun des deux cas suivants, déterminer le secteur auquel ce point appartient:

a. $z = 70 e^{-i\frac{\pi}{3}}$;

b. $z = -45\sqrt{3} + 45i$.