

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes

## Terminale

Nombres Complexes  
Exercice de Synthèse



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

## ÉNONCÉ

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  d'unité 2 cm.

On appelle  $f$  la fonction qui, à tout point  $M$ , distinct du point  $O$  et d'affixe un nombre complexe  $z$ , associe le point  $M'$  d'affixe  $z'$  tel que:  $z' = -\frac{1}{z}$ .

1. On considère les points  $A$  et  $B$  d'affixes respectives:  $z_A = -1 + i$  et  $z_B = \frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{3}}$ .

- Déterminer la forme algébrique de l'affixe du point  $A'$  image du point  $A$  par la fonction  $f$ .
- Déterminer la forme exponentielle de l'affixe du point  $B'$  image du point  $B$  par la fonction  $f$ .
- Placer sur un graphique les points  $A, B, A'$  et  $B'$ .

2. Soit  $r$  un réel strictement positif,  $\theta$  un réel et  $z = r e^{i\theta}$ .

- Montrer que  $z' = \frac{1}{r} e^{i(\pi-\theta)}$ .
- Est-il vrai que si un point  $M$ , distinct de  $O$ , appartient au disque de centre  $O$  et de rayon  $1$  sans appartenir au cercle de centre  $O$  et de rayon  $1$ , alors son image  $M'$  par la fonction  $f$  est à l'extérieur de ce disque ?

3. Soit le cercle  $\Gamma$  de centre  $K$  d'affixe  $z_K = -\frac{1}{2}$  et de rayon  $R = \frac{1}{2}$ .

- a. Montrer qu'une équation cartésienne du cercle  $\Gamma$  est:  $x^2 + x + y^2 = 0$ .
- b. Soit  $z = x + iy$  avec  $x$  et  $y$  non tous les deux nuls. Déterminer la forme algébrique de  $z'$  en fonction de  $x$  et  $y$ .
- c. Soit  $M$  un point, distinct de  $O$ , du cercle  $\Gamma$ . Montrer que l'image  $M'$  du point  $M$  par la fonction  $f$  appartient à la droite d'équation  $x = 1$ .