

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

Nombres Complexes
Exercice de Synthèse



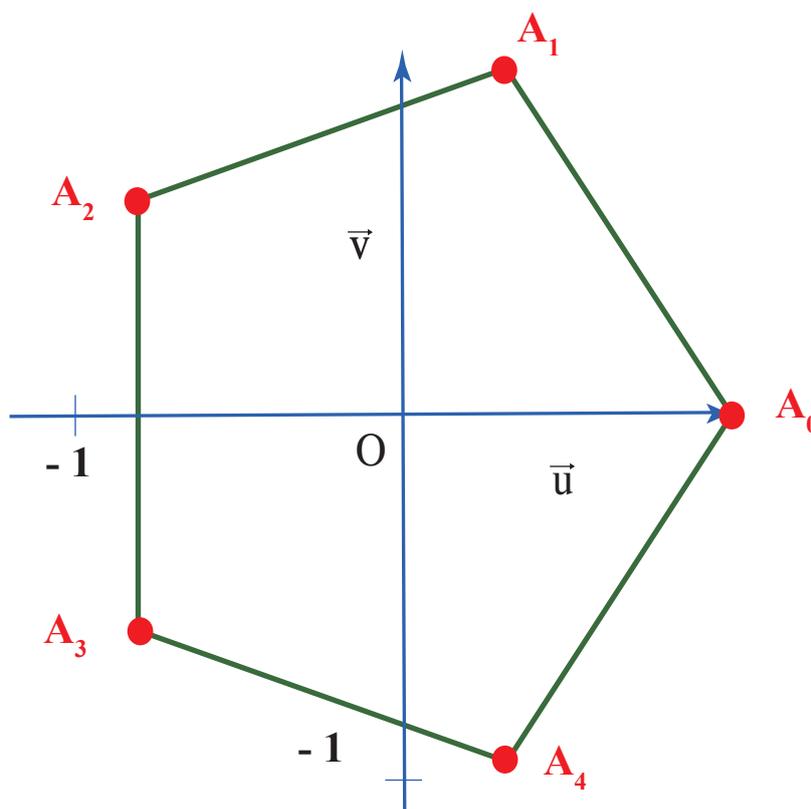
ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère le pentagone régulier $A_0A_1A_2A_3A_4$ de centre O tel que $\overrightarrow{OA_0} = \vec{u}$.

On rappelle que dans le pentagone régulier $A_0A_1A_2A_3A_4$ ci-dessous:

- les cinq côtés sont de même longueur;
- les points A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 appartiennent au cercle trigonométrique;
- pour tout entier k appartenant à $\{0; 1; 2; 3\}$ on a $(\overrightarrow{OA_k}; \overrightarrow{OA_{k+1}}) = \frac{2\pi}{5}$.



1. On considère les points B d'affixe -1 et J d'affixe $\frac{i}{2}$.

Le cercle \mathcal{C} de centre J et de rayon $\frac{1}{2}$ coupe le segment $[BJ]$ en un point K .

Calculer BK , puis en déduire BK .

2. a. Donner sous forme exponentielle l'affixe du point A_2 .

b. Démontrer que: $BA_2^2 = 2 + 2 \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$.

c. Un logiciel de calcul formel affiche les résultats ci-dessous, que l'on pourra utiliser sans justification:

► Calcul formel	
1	$\cos(4\pi/5)$ $\rightarrow \frac{1}{4}(-\sqrt{5}-1)$
2	$\text{sqrt}((3 - \text{sqrt}(5))/2)$ $\rightarrow \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$

« sqrt » signifie « racine carrée »

En déduire, grâce à ces résultats, que $BA_2 = BK$.

3. Dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$, construire à la règle et au compas un pentagone régulier. N'utiliser ni le rapporteur ni les graduations de la règle et laisser apparents les traits de construction.