

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes

## Terminale

Nombres Complexes  
Exercice de Synthèse



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## CORRECTION

1. L'ensemble  $S$  est le segment  $[AB]$  ?

$S$  correspond à l'ensemble des points  $M(z)$  tels que:

$$\begin{cases} |z - 1| = |z - i| \\ |z - 3 - 2i| \leq 2 \end{cases} \quad (\text{I}).$$

Soit  $z = x + iy$ , nous avons:

$$(\text{I}) \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = x^2 + (y - 1)^2 \\ (x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x & (\text{a}) \\ (x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 4 & (\text{b}) \end{cases}$$

Au total, l'ensemble  $S$  correspond à l'intersection entre:

- d'une part la droite d'équation  $y = x$  (a)
- d'autre part l'intérieur du cercle fermé d'équation  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 4$  (b).

$S$  correspond en fait au segment  $[AB]$ .

L'AFFIRMATION 1 EST: VRAIE.

2.  $(\sqrt{3} + i)^{1515}$  est-il un réel ?

Soit:  $z' = (\sqrt{3} + i)^{1515}$  et  $z = \sqrt{3} + i$ .

Sous forme exponentielle  $z$  s'écrit:  $z = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ .

D'après Moivre, nous pouvons alors écrire:

$$z' = z^{1515}$$

$$\Leftrightarrow z' = \left(2e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^{1515}$$

$$\Leftrightarrow z' = 2^{1515} e^{i\frac{1515\pi}{6}}$$

$$\Leftrightarrow z' = 2^{1515} e^{i\frac{505\pi}{2}}.$$

Or:  $\frac{505\pi}{2} = 126 \times (2\pi) + 0,5\pi.$

$$\begin{aligned} \text{Et: } e^{i\frac{505\pi}{2}} &= \cos\left(\frac{505}{2}\pi\right) + i \sin\left(\frac{505}{2}\pi\right) \\ &= \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ &= i. \end{aligned}$$

Au total,  $z'$  s'écrit:  $z' = 2^{1515} \times i \sin(0,5\pi)$  cad  $z' = 2^{1515} \times i \notin \mathbb{R}$ .

L'AFFIRMATION 2 EST: **FAUSSE**.