

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

Nombres Complexes
Exercice de Synthèse



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

1. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes l'équation (E) d'inconnue z :

$$z^2 - 8z + 64 = 0.$$

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 4 + 4i\sqrt{3}$, $b = 4 - 4i\sqrt{3}$ et $c = 8i$.

a. Calculer le module et un argument du nombre a .

b. Donner la forme exponentielle des nombres a et b .

c. Montrer que les points A, B et C sont sur un même cercle \mathcal{C} de centre O dont on déterminera le rayon.

d. Placer les points A, B et C dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Pour la suite de l'exercice, on pourra s'aider de la figure de la question 2.d. complétée au fur et à mesure de l'avancement des questions.

3. On considère les points A', B' et C' d'affixes respectives $a' = ae^{i\frac{\pi}{3}}$, $b' = be^{i\frac{\pi}{3}}$ et $c' = ce^{i\frac{\pi}{3}}$.

a. Montrer que $b' = 8$.

b. Calculer le module et un argument du nombre a' .

Pour la suite on admet que: $a' = -4 + 4i\sqrt{3}$ et $c' = -4\sqrt{3} + 4i$.

4. On admet que si M et N sont deux points du plan d'affixes respectives

m et n alors le milieu I du segment [MN] a pour affixe $\frac{m+n}{2}$ et la longueur

MN est égale à $|n - m|$.

a. On note r, s et t les affixes des milieux respectifs R, S et T des segments [A'B], [B'C] et [C'A].

Calculer r et s. On admet que: $t = 2 - 2\sqrt{3} + i(2 + 2\sqrt{3})$.

b. Quelle conjecture peut-on faire quant à la nature du triangle RST ?