

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes Terminale

Nombres Complexes  
Équations du Premier Degré



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

ÉQUATION DU 1<sup>er</sup> DEGRÉ

3

## CORRECTION

1. Résolvons dans  $\mathbb{C}$  l'équation (1):

Soit l'équation:  $(4 - 2i)z - \frac{1+i}{1-i} = 2\sqrt{3} + 1 + i(1 - \sqrt{3})$ .

$$(4 - 2i)z - \frac{1+i}{1-i} = 2\sqrt{3} + 1 + i(1 - \sqrt{3}) \Leftrightarrow (2 - 6i)z - (1+i) = \sqrt{3} + 2 - 3\sqrt{3}i$$

$$\Leftrightarrow (2 - 6i)(x + iy) - 1 - i = \sqrt{3} + 2 - 3\sqrt{3}i$$

$$\Leftrightarrow (2x + 6y - 3 - \sqrt{3}) + i(2y - 6x - 1 + 3\sqrt{3}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6y - 3 - \sqrt{3} = 0 \\ 2y - 6x - 1 + 3\sqrt{3} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6y = 3 + \sqrt{3} \\ -6x + 2y = 1 - 3\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{cad } \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

En conclusion la solution est:  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + i \times \left(\frac{1}{2}\right)$ .

2. a. Calculons  $z_0^2$ :

Nous savons que:  $z_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} + i \times \left(\frac{1}{2}\right)$ .

$$\begin{aligned} \text{Dans ces conditions: } z_0^2 &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \times \left(\frac{1}{2}\right)\right) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \times \left(\frac{1}{2}\right)\right) \\ &= \frac{3}{4} + i \times \frac{\sqrt{3}}{4} + i \times \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{2} + i \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right). \end{aligned}$$

Ainsi:  $z_0^2 = \frac{1}{2} + i \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

2. b. Vérifions que  $z_0^3 = i$ :

$$z_0^3 = z_0^2 \times z_0.$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{2} + i \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \times \left(\frac{1}{2}\right)\right) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} + i \times \left(\frac{1}{4}\right) + i \times \left(\frac{3}{4}\right) - \frac{\sqrt{3}}{4} \\ &= i. \end{aligned}$$

Ainsi, nous avons bien:  $z_0^3 = i$ .

3. Dédudions-en  $z_0^{12}$  et  $z_0^{2016}$ :

$$\bullet z_0^{12} = (z_0^3)^4$$

$$= i^4$$

$$= i^2 \times i^2$$

$$= 1.$$

$$\bullet z_0^{2016} = (z_0^3)^{672}$$

$$= i^{672}$$

$$= (i^2)^{336}$$

$$= (-1)^k, k \text{ étant un nombre impair}$$

$$= -1.$$

En conclusion:  $z_0^{12} = 1$  et  $z_0^{2016} = -1$ .