

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

Graphes, Matrices, Suites



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LES DEUX OPÉRATEURS

Dans un pays deux opérateurs se partagent le marché des télécommunications mobiles. Une étude révèle que chaque année :

- parmi les clients de l'opérateur *EfficaceRéseau*, 70% se réabonnent à ce même opérateur et 30% souscrivent un contrat avec l'opérateur *GenialPhone* ;
- parmi les clients de l'opérateur *GenialPhone*, 55% se réabonnent à ce même opérateur et 45% souscrivent un contrat avec l'opérateur *EfficaceRéseau*.

On note E l'état : « la personne possède un contrat chez l'opérateur *EfficaceRéseau* » et G l'état : « la personne possède un contrat chez l'opérateur *GenialPhone* ».

À partir de 2018, on choisit au hasard un client de l'un des deux opérateurs.

On note également :

- e_n la probabilité que le client possède un contrat avec l'opérateur *EfficaceRéseau* au 1^{er} janvier (2018 + n) ;
- g_n la probabilité que le client possède un contrat avec l'opérateur *GenialPhone* au 1^{er} janvier (2018 + n) ;
- $P_n = (e_n \quad g_n)$ désigne la matrice ligne traduisant l'état probabiliste du système au 1^{er} janvier (2018 + n).

Au 1^{er} janvier 2018, on suppose que 10% des clients possèdent un contrat chez *EfficaceRéseau*, ainsi $P_0 = (0,1 \quad 0,9)$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets E et G .
2.
 - a. Déterminer la matrice de transition M associée au graphe en rangeant les sommets dans l'ordre alphabétique.
 - b. Vérifier qu'au 1er janvier 2020, environ 57% des clients ont un contrat avec l'opérateur *EfficaceRéseau*.
3.
 - a. On rappelle que pour tout entier naturel n , $P_{n+1} = P_n \times M$.
Exprimer e_{n+1} en fonction de e_n et g_n .
 - b. En déduire que pour tout entier naturel n , $e_{n+1} = 0,25e_n + 0,45$.
4.
 - a. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous de façon à ce qu'il affiche l'état probabiliste au 1er janvier (2018 + n) :

```
E ← 0,1
G ← 0,9
Pour I allant de 1 à N
    E ← ... × E + ...
    G ← ...
Fin Pour
Afficher E et G
```

- b.** Déterminer l'affichage de cet algorithme pour $N = 3$. Arrondir au centième.
- c.** Déterminer l'état stable du système et interpréter votre réponse dans le contexte de l'exercice.