

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes Terminale

Graphes, Matrices, Suites



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# LE LIQUIDE INDUSTRIEL

Deux grossistes A et B se partagent la clientèle d'un liquide industriel.

On suppose que le nombre total de clients reste fixe d'une année sur l'autre.

En 2017, 45 % des clients se fournissaient chez le grossiste A et 55 % chez le grossiste B.

D'une année sur l'autre, 6 % des clients du grossiste A deviennent clients du grossiste B tandis que le grossiste B conserve 86 % de ses clients.

Chaque année, on choisit au hasard un client ayant acheté le liquide.

Pour tout entier naturel  $n$  on note :

- $a_n$  la probabilité qu'il soit client du grossiste A en  $(2017+n)$ ,
- $b_n$  la probabilité qu'il soit client du grossiste B en  $(2017+n)$ .

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $P_n = (a_n \quad b_n)$  la matrice ligne représentant l'état probabiliste de l'année  $(2017+n)$ . On rappelle que  $a_n + b_n = 1$ .

On a donc  $P_0 = (0,45 \quad 0,55)$ .

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste dans lequel les sommets A et B correspondent aux noms des grossistes.
2.
  - a. Donner la matrice de transition T associée à ce graphe (les sommets seront rangés par ordre alphabétique).
  - b. Quelle sera, exprimée en pourcentage, la répartition prévisible des ventes entre ces deux grossistes en 2020 ? Justifier la réponse. On arrondira les résultats à 0,1 % près.
3. On admet que pour tout entier naturel  $n$ ,  $a_{n+1} = 0,8a_n + 0,14$ .
  - a. On pose pour tout naturel  $n$  :  $u_n = a_n - 0,7$ .  
Démontrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
  - b. En déduire que pour tout entier naturel  $n$ ,  $a_n = -0,25 \times 0,8^n + 0,7$ .
  - c. Quelle part du marché, exprimée en pourcentage, le grossiste A peut-il espérer à long terme ? Justifier la réponse.
  - d. À partir de quelle année le grossiste A détiendra-t-il plus de 65 % du marché ?