www.freemaths.fr

Maths Expertes
Terminale

Graphes, Matrices, Suites

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

3 NOUVEAUX PLATS

Partie 1

Les clients d'un restaurant sont des habitués qui y déjeunent tous les jours. En septembre 2018, le restaurateur propose trois nouveaux plats : plat A, plat B et plat C.

D'un jour sur l'autre, il constate que :

- Parmi les clients ayant choisi le plat A : 30 % reprennent le plat A le lendemain, 50 % prennent le plat B le lendemain.
- Parmi les clients ayant choisi le plat B : 30 % reprennent le plat B le lendemain, 60 % prennent le plat A le lendemain.
- Parmi les clients ayant choisi le plat C : 35 % prennent le plat A le lendemain, 45 % prennent le plat B le lendemain.

On note pour tout entier n non nul :

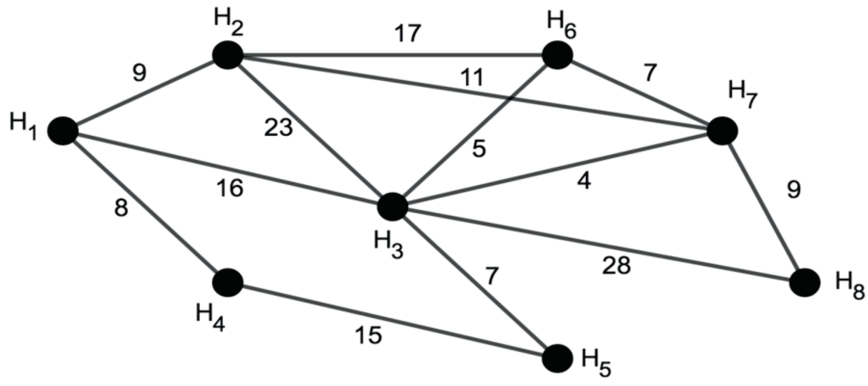
- a_n la proportion de clients ayant choisi le plat A le n-ième jour.
- b_n la proportion de clients ayant choisi le plat B le n-ième jour.
- c_n la proportion de clients ayant choisi le plat C le n-ième jour.

Pour tout entier $n \geqslant 1$, on note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n & c_n \end{pmatrix}$ l'état probabiliste le n-ième jour.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.
2. Donner la matrice de transition *M* de ce graphe, en respectant l'ordre alphabétique des sommets.
3. Le restaurateur a noté que le premier jour 35,5 % des clients ont pris le plat A, 40,5 % ont pris le plat B et 24 % ont pris le plat C.
   Calculer P_2.
4. Le restaurateur affirme que le douzième jour, la proportion de clients qui choisiront le plat C sera à peu près la même que le treizième jour, soit environ 15,9 %.
   A-t-il raison ? Justifier.

Partie 2

Pour le dîner, le restaurateur décide de proposer des livraisons à domicile. Il fait un essai avec huit clients.
Sur le graphe ci-dessous, les sommets représentent les différents lieux d'habitation de ces huit clients. Les arêtes représentent les rues et les valeurs indiquent les durées moyennes des trajets exprimées en minutes.



1. Répondre aux questions suivantes en justifiant.

a) Existe-t-il un parcours qui emprunte toutes les rues une et une seule fois ?

b) Un tel parcours peut-il partir de H_1 et y revenir ?

2. En utilisant l'algorithme de Dijkstra, déterminer le temps minimal pour aller de H_4 vers H_8. Préciser le trajet correspondant.