

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes Terminale

PGCD, Bézout & Gauss



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

## ÉNONCÉ

$(a_n)$  et  $(b_n)$  sont les suites définies pour tout entier naturel  $n \geq 1$  par :

- $a_1 = 3$  et  $a_{n+1} = a_n + 2$
- $b_1 = 2$  et  $b_{n+1} = b_n + a_n$ .

1. Pour tout  $n \geq 1$ , exprimer  $a_n$  en fonction de  $n$ .

2. a. Démontrer que pour tout entier naturel  $n \geq 2$  :  $b_n = 2 + \sum_{i=1}^{n-1} a_i$ .

b. En déduire  $b_n$  en fonction de  $n$ .

3. a. Démontrer que pour tout entier naturel  $n \geq 1$ , un diviseur commun à  $a_n$  et  $b_n$  est un diviseur de 5.

b. En déduire que  $\text{PGCD}(a_n; b_n) = 5$  ssi :  $n \equiv 2 [5]$ .

c. Que peut-on dire de  $a_n$  et  $b_n$  pour les autres valeurs de  $n$  ?