

www.freemaths.fr

Maths Expertes Terminale

PGCD, Bézout & Gauss



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

(a_n) et (b_n) sont les suites définies pour tout entier naturel $n \geq 1$ par :

- $a_1 = 3$ et $a_{n+1} = a_n + 2$
- $b_1 = 2$ et $b_{n+1} = b_n + a_n$.

1. Pour tout $n \geq 1$, exprimer a_n en fonction de n .

2. a. Démontrer que pour tout entier naturel $n \geq 2$: $b_n = 2 + \sum_{i=1}^{n-1} a_i$.

b. En déduire b_n en fonction de n .

3. a. Démontrer que pour tout entier naturel $n \geq 1$, un diviseur commun à a_n et b_n est un diviseur de 5.

b. En déduire que $\text{PGCD}(a_n; b_n) = 5$ ssi : $n \equiv 2 [5]$.

c. Que peut-on dire de a_n et b_n pour les autres valeurs de n ?