

www.freemaths.fr

Maths Expertes Terminale

PGCD, Bézout & Gauss



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

Pour tout entier $n \geq 5$, on pose: $a = n^3 - n^2 - 12n$ et $b = 2n^2 - 7n - 4$.

1. Démontrer que a et b sont des entiers naturels divisible par $n - 4$.
2. On pose: $\alpha = 2n + 1$ et $\beta = n + 3$.
 - a. Démontrer que d est un diviseur de 5, avec $d = \text{PGCD}(\alpha; \beta)$.
 - b. Démontrer que α et β sont multiples de 5 ssi $n - 2 \equiv 0 [5]$.
3. Démontrer que n et α sont premiers entre eux.
4. a. Déterminer $\text{PGCD}(a; b)$ en fonction de n .
 - b. Vérifier les résultats dans les cas où: $n = 11$ et $n = 12$.