

www.freemaths.fr

Maths Expertes Terminale

PGCD, Bézout & Gauss



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = 4U_n + 1 \end{cases}$$

1. a. Calculer U_1 , U_2 et U_3 .

b. Montrer que pour $n \in \mathbb{N}$, U_{n+1} et U_n sont premiers entre eux.

2. On pose pour $n \in \mathbb{N}$: $V_n = U_n + \frac{1}{3}$.

a. Montrer que (V_n) est une suite géométrique.

b. En déduire l'expression de V_n puis celle de U_n en fonction de n .

3. Calculer : $\text{PGCD}(4^{n+1} - 1; 4^n - 1)$.