

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes

## Terminale

PGCD, Bézout & Gauss



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

## ÉNONCÉ

On veut déterminer l'ensemble  $S$  des entiers  $n \in \mathbb{Z}$  vérifiant:

$$\begin{cases} n \equiv 9 \pmod{17} \\ n \equiv 3 \pmod{5} \end{cases}$$

### 1. Recherche d'un élément de $S$ .

On désigne par  $(u; v)$  un couple d'entiers relatifs tel que:  $17u + 5v = 1$ .

- Justifier l'existence d'un tel couple  $(u; v)$ .
- On pose:  $n_0 = 3 \times 17u + 9 \times 5v$ . Démontrer que  $n_0$  appartient à  $S$ .
- Donner un exemple d'entier  $n_0$  appartenant à  $S$ .

### 2. Caractérisation des éléments de $S$ .

- Soit  $n$  un entier relatif appartenant à  $S$ . Démontrer que:  $n - n_0 \equiv 0 \pmod{85}$ .
- En déduire qu'un entier relatif  $n$  appartient à  $S$  si et seulement si  $n$  peut s'écrire sous la forme  $n = 43 + 85k$ , où  $k$  est un entier relatif.