

www.freemaths.fr

Maths Expertes Terminale

PGCD, Bézout & Gauss



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

Un astronome a observé au jour J_0 le corps céleste A, qui apparaît périodiquement tous les 105 jours. Six jours plus tard ($J_0 + 6$), il observe le corps B, dont la période d'apparition est de 81 jours. On appelle J_1 le jour de la prochaine apparition simultanée des deux objets aux yeux de l'astronome.

Le but de cet exercice est de déterminer la date de ce jour J_1 .

1. Soit u et v le nombre de périodes effectuées par A et B entre J_0 et J_1 .

Montrer que le couple $(u; v)$ est solution de l'équation (E_1) : $35x - 27y = 2$.

2. a. Déterminer un couple de relatifs $(x_0; y_0)$ solution de l'équation (E_2) :

$$35x - 27y = 1.$$

b. En déduire une solution $(u_0; v_0)$ de (E_1) .

c. Déterminer toutes les solutions de l'équation (E_1) .

d. Déterminer la solution $(u; v)$ permettant de déterminer J_1 .

3. a. Combien de jours s'écouleront entre J_0 et J_1 ?

b. J_0 était le mardi 10 décembre 2019, quelle est la date du jour J_1 ?

On tiendra compte des années bissextiles.