

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

Nombres Premiers



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

Soit $q > 5$, un nombre premier et M le produit des nombres premiers de 5 à q :

$$M = 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times q.$$

Posons: $N = 2^2 \times M + 3$.

1. a. Montrer que N est impair.

b. Montrer que: $N \not\equiv 0 [3]$.

2. Soit P un nombre premier divisant N .

a. Montrer que: $P > q$.

b. Montrer que: $P \equiv 1 [4]$ ou $P \equiv 3 [4]$.

3. Soit $N = P_1^{\alpha_1} \times P_2^{\alpha_2} \times \dots \times P_r^{\alpha_r}$, la décomposition de N en facteurs premiers.

a. Montrer en raisonnant par l'absurde qu'il existe un facteur premier P_i , avec $i \in [1; r]$ tel que: $P_i \equiv 3 [4]$.

b. En déduire qu'il existe une infinité de nombres premiers de la forme $4n + 3$.