

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes

## Terminale

Nombres Premiers



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

## ÉNONCÉ

On se propose de déterminer les nombres premiers  $p$  tels que  $4p^2 + 1$  et  $6p^2 + 1$  soient aussi des nombres premiers.

1. a. Vérifier que:  $p \neq 2$  et  $p \neq 3$ .  
b. Justifier que  $p = 5$  est l'un de ces nombres.
2. On suppose maintenant que:  $p > 5$ .
  - a. Justifier que:  $4p^2 + 1 \equiv -(p^2 - 1) [5]$ .
  - b. Justifier que:  $6p^2 + 1 \equiv (p + 2)(p + 3) [5]$ .
3. En déduire que:  $p(4p^2 + 1)(6p^2 + 1) \equiv 0 [5]$ .
4. Prouver que:  $4p^2 + 1$  ou  $6p^2 + 1$  est composé.
5. Conclure.