

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes

## Terminale

Nombres Premiers



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

## ÉNONCÉ

Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $a$  et  $b$  deux nombres entiers naturels supérieurs ou égaux à 2 avec:

$$\bullet a = P_1^{\alpha_1} \times P_2^{\alpha_2} \times \dots \times P_n^{\alpha_n}$$

$$\bullet b = P_1^{\beta_1} \times P_2^{\beta_2} \times \dots \times P_n^{\beta_n},$$

où les  $P_i$  sont des nombres premiers distincts, et les  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  sont des nombres entiers naturels.

1. En utilisant l'unicité de la décomposition en produit de facteurs premiers, démontrer que les décompositions de  $a$  et  $a^2$  ont les mêmes facteurs premiers.

2. Démontrer que si un nombre premier  $P$  divise  $a^2$ , alors:  $P$  divise  $a$  et  $P^2$  divise  $a^2$ .

3. a. Démontrer que si  $a^2$  divise  $b^2$ , alors:  $a$  divise  $b$ .

b. Montrer que si  $a^3$  divise  $b^2$ , alors:  $a$  divise  $b$ .

c. Si  $a^2$  divise  $b^3$ , alors:  $a$  divise  $b$  ?