

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes Terminale

Arithmétique



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

## ÉNONCÉ

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct  $(0; \bar{u}, \bar{v})$ .

Soit  $S$  la transformation du plan qui, à tout point  $M$  d'affixe  $z$ , associe le point  $M'$  d'affixe  $z'$  telle que:  $z' = 5iz + 6i + 4$ .

## Partie A:

1. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation  $S$ .
2. On note  $x$  et  $x'$ ,  $y$  et  $y'$  les parties réelles et imaginaires respectives de  $z$  et  $z'$ .

Démontrer que: 
$$\begin{cases} x' = -5y + 4 \\ y' = 5x + 6 \end{cases}$$

## Partie B:

Dans cette partie, on se place dans le cas où les coordonnées  $x$  et  $y$  du point  $M$  sont des entiers relatifs tels que:  $-3 \leq x \leq 5$  et  $-3 \leq y \leq 5$ .

On note  $(E)$  l'ensemble de ces points  $M$ .

On rappelle que les coordonnées  $(x', y')$  du point  $M'$ , image du point  $M$  par la transformation  $S$ , sont  $x' = -5y + 4$  et  $y' = 5x + 6$ .

1. a. Déterminer l'ensemble des couples  $(a, b)$  d'entiers relatifs tels que l'équation  $4a + 3b = 5$  soit vérifiée.
  - b. En déduire l'ensemble des points  $M$  de  $(E)$  de coordonnées  $(x, y)$  tels que l'équation  $-3x' + 4y' = 37$  soit vérifiée.
2. Soient  $M$  un point de l'ensemble  $(E)$  et  $M'$  son image par la transformation  $S$ .
    - a. Démontrer que  $x' + y'$  est un multiple de 5.
    - b. Démontrer que  $x' - y'$  et  $x' + y'$  sont congrus modulo 2.
    - c. En déduire que si  $x'^2 - y'^2$  est multiple de 2 alors  $x' - y'$  et  $x' + y'$  le sont également.
    - d. Déterminer l'ensemble des points  $M$  de  $(E)$  tels que:  $x'^2 - y'^2 = 20$ .