

www.freemaths.fr

Maths Expertes Terminale

Arithmétique



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

1. a. Déterminer l'ensemble des couples (x, y) de nombres entiers relatifs, solution de l'équation (E): $8x - 5y = 3$.

b. Soit m un nombre entier relatif tel qu'il existe un couple (p, q) de nombres entiers vérifiant: $m = 8p + 1$ et $m = 5q + 4$.

Montrer que le couple (p, q) est solution de l'équation (E) et en déduire que:

$$m \equiv 9 \pmod{40}.$$

c. Déterminer le plus petit de ces nombres entiers m supérieurs à 2000.

2. Soit n un nombre entier naturel.

a. Démontrer que pour tout nombre entier naturel k on a: $2^{3k} \equiv 1 \pmod{7}$.

b. Quel est le reste dans la division euclidienne de 2^{2009} par 7 ?

3. Soient a et b deux nombres entiers naturels inférieurs ou égaux à 9 avec $a \neq 0$.

On considère le nombre $N = a \times 10^3 + b$. On rappelle qu'en base 10 ce nombre s'écrit sous la forme $N = \overline{a00b}$.

On se propose de déterminer parmi ces nombres entiers naturels N ceux qui sont divisibles par 7.

a. Vérifier que: $10^3 \equiv -1 \pmod{7}$.

b. En déduire tous les nombres entiers N cherchés.