

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes

## Terminale

**Divisibilité**  
**Division euclidienne**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

$$x^2 - y^2 = 12$$

## CORRECTION

Déterminons les entiers naturels  $x$  et  $y$  tels que  $x^2 - y^2 = 12$ :

- Soient  $x$  et  $y$  deux entiers naturels.

Nous avons:  $x^2 - y^2 = 12 \iff (x - y)(x + y) = 12$ .

Comme  $x$  et  $y \in \mathbb{N}$ :  $(x + y) > 0$ .

Donc le terme  $(x - y)$  doit être strictement positif car:  $(x - y)(x + y) = 12 > 0$ .

De plus,  $(x - y)$  et  $(x + y)$  sont des diviseurs positifs de 12 avec:

$$(x - y) \leq (x + y) \text{ car } x \in \mathbb{N} \text{ et } y \in \mathbb{N}.$$

Les diviseurs de 12 dans  $\mathbb{N}$  sont: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Nous pouvons donc écrire:  $1|12, 2|12, 3|12, 4|12, 6|12$  et  $12|12$ .

Et par conséquent, nous avons:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 12 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 6 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 4 \end{cases} \quad (x - y \leq x + y).$$

Dans ces conditions, nous obtenons:  $\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{13}{2} \\ y = \frac{11}{2} \end{array} \right.$  ou  $\left\{ \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 2 \end{array} \right.$  ou  $\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{7}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{array} \right.$ .

Comme  $\frac{13}{2} \notin \mathbb{N}$ ,  $\frac{11}{2} \notin \mathbb{N}$ ,  $\frac{7}{2} \notin \mathbb{N}$  et  $\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$ , nous retiendrons uniquement

le couple:  $\left\{ \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 2 \end{array} \right.$ .

• Réciproquement, le couple  $(4; 2)$  vérifie l'équation:  $x^2 - y^2 = 12$ .

Au total, le couple d'entiers  $(x; y)$  solution de l'équation  $x^2 - y^2 = 12$  est:  $(4; 2)$ .