

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

Divisibilité
Division euclidienne



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

$$x^2 - 2yx = 15$$

CORRECTION

Déterminons les entiers naturels x et y tels que $x^2 - 2yx = 15$:

- Soient x et y deux entiers naturels.

Nous avons: $x^2 - 2yx = 15 \iff x(x - 2y) = 15$.

Comme x et $y \in \mathbb{N}$: • $x \geq x - 2y$

• $x > 0$ et $x - 2y > 0$.

Donc le terme x et $x - 2y$ sont des diviseurs positifs de 15.

Les diviseurs de 15 dans \mathbb{N} sont: 1, 3, 5, 15.

Nous pouvons donc écrire: $1|15, 3|15, 5|15$ et $15|15$.

Et par conséquent, nous avons:

$$\begin{cases} x = 15 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 5 \\ x - 2y = 3 \end{cases} \quad (x \geq x - 2y).$$

Dans ces conditions, nous obtenons: $\begin{cases} x = 15 \\ y = 7 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$.

- Réciproquement, les couples $(15; 7)$ et $(5; 1)$ vérifient l'équation: $x^2 - 2yx = 15$.

Au total, les couples d'entiers $(x; y)$ solutions de l'équation $x^2 - 2yx = 15$ sont: $(15; 7)$ et $(5; 1)$.