Maths Expertes
Terminale

Divisibilité
Division euclidienne

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

$n(n+1) = 20$ dans $\mathbb{Z}$

CORRECTION

Déterminons les entiers relatifs n tels que $n(n+1) = 20$:

• Soient les entiers relatifs **n**.

Nous avons: $n(n+1) = 20$.

Nous allons avoir recours à deux techniques de résolution différentes.

Première technique: à l'aide du discriminant.

Soit l'équation: $n(n+1) = 20$.

$n(n+1) = 20 \iff n^2 + n = 20 \iff n^2 + n - 20 = 0 \quad (1)$.

$\Delta = 1 - 4 \times 1 \times (-20) = (9)^2 > 0$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation **(1)** admet deux solutions distinctes:

• $n' = \dfrac{-1-9}{2}$ cad $n' = -5 \in \mathbb{Z}$

• $n'' = \dfrac{-1+9}{2}$ cad $n'' = 4 \in \mathbb{Z}$.

Seconde technique: à l'aide de la décomposition de 20.

Les seules décompositions de 20 formées par deux entiers consécutifs sont:

- $(-5) \times (-4)$ $[\, n \times (n+1) \,]$
- $(5) \times (4)$ $[\, (n+1) \times n \,]$.

Et par conséquent, deux solutions dans $\mathbb{Z}$: $n = -5$ et $n = 4$.

- Réciproquement, $n = -5$ et $n = 4$ vérifient l'équation: $n\,(n+1) = 20$.

Au total, les entiers relatifs "n" solutions de l'équation $n\,(n+1) = 20$ sont: $n = -5$ et $n = 4$.