

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

Divisibilité
Division euclidienne



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE DIVISEUR b DE a ?

CORRECTION

Déterminons le diviseur b vérifiant les données:

Ici: • $a = b \times q + 8$

• $2a = b \times q' + 5$.

Or: la division euclidienne de a par b est l'opération qui, au couple $(a; b)$, associe l'unique couple d'entiers relatifs $(q; r)$ tel que:

$$a = bq + r, \text{ avec } 0 \leq r < b.$$

Dans ces conditions, avec les données de l'exercice:

$$a = bq + r, \text{ avec } 0 \leq r < b \iff \begin{cases} a = b \times q + 8, \text{ avec } 0 \leq 8 < b \\ 2a = b \times q' + 5, \text{ avec } 0 \leq 5 < b \end{cases}$$

$$\text{cad } \begin{cases} a = b \times q + 8 \\ 2a = b \times q' + 5 \end{cases} \quad (\text{I}) \text{ avec } b > 8.$$

$$(\text{I}) \iff \begin{cases} 2a = 2 \times b \times q + 16 \\ 2a = b \times q' + 5 \end{cases} \iff \{ b \times (2 \times q - q') + (16 - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \{ b \times Q = -11, \text{ avec } Q = 2q - q' \}$$

Les diviseurs de -11 dans \mathbb{Z} sont: $-11, -1, 1, 11$.

Or " b " est un diviseur de -11 avec: $b > 8$.

Au total, le diviseur " b " recherché est: $b = 11$.