

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes

## Terminale

Divisibilité  
Division euclidienne



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

$$4x^2 - y^2 = 20$$

## CORRECTION

Déterminons les entiers naturels  $x$  et  $y$  tels que  $4x^2 - y^2 = 20$ :

- Soient  $x$  et  $y$  deux entiers naturels.

Nous avons:  $4x^2 - y^2 = 20 \iff (2x - y)(2x + y) = 20$ .

Comme  $x$  et  $y \in \mathbb{N}$ :  $(2x + y) > 0$ .

Donc le terme  $(2x - y)$  doit être strictement positif car:  $(2x - y)(2x + y) = 20 > 0$ .

De plus,  $(2x - y)$  et  $(2x + y)$  sont des diviseurs positifs de 20 avec:

$$(2x - y) \leq (2x + y) \text{ car } x \in \mathbb{N} \text{ et } y \in \mathbb{N}.$$

Les diviseurs de 20 dans  $\mathbb{N}$  sont: 1, 2, 4, 5, 10, 20.

Nous pouvons donc écrire:  $1|20, 2|20, 4|20, 5|20, 10|20$  et  $20|20$ .

Et par conséquent, nous avons:

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 2x + y = 20 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} 2x - y = 2 \\ 2x + y = 10 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \quad (2x - y \leq 2x + y).$$

Dans ces conditions, nous obtenons:  $\begin{cases} x = \frac{21}{4} \\ y = \frac{19}{2} \end{cases}$  ou  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$  ou  $\begin{cases} x = \frac{9}{4} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ .

Comme  $\frac{21}{4} \notin \mathbb{N}$ ,  $\frac{19}{2} \notin \mathbb{N}$ ,  $\frac{9}{4} \notin \mathbb{N}$  et  $\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$ , nous retiendrons uniquement

le couple:  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ .

• Réciproquement, le couple (3; 4) vérifie l'équation:  $4x^2 - y^2 = 20$ .

Au total, le couple d'entiers (x; y) solution de l'équation  $4x^2 - y^2 = 20$  est: (3; 4).