

Maths Expertes

Terminale

La congruence



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

On appelle nombres de Fermat les entiers $F_n = 2^{2^n} + 1$, n étant un entier naturel.

1. a. Calculer F_0, F_1, F_2, F_3 et F_4 . Que remarque-t-on ?
- b. En 1640, **Pierre de Fermat** annonce qu'il est persuadé que les nombres F_n sont premiers.
- A l'aide de la calculatrice, vérifier que 641 divise F_5 . Quelle question peut-on se poser ?
2. a. Montrer que pour tout entier naturel n : $F_{n+1} = (F_n - 1)^2 + 1$.
- b. En déduire par un raisonnement par récurrence que pour $n \geq 2$, l'écriture décimale de F_n se termine par un 7.