

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

La congruence



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

On considère la suite numérique (U_n) définie pour tout entier naturel par :

$$U_{n+1} = 5U_n - 6, \text{ avec } U_0 = 14.$$

1. Calculer U_1 , U_2 , U_3 et U_4 .

Quelle conjecture peut-on émettre concernant les deux derniers chiffres du terme U_n ?

2. a. Montrer que pour tout entier n : $U_{n+2} \equiv U_n [4]$.

b. En déduire que, pour tout entier naturel k : $U_{2k+1} \equiv 0 [4]$ et $U_{2k} \equiv 2 [4]$.

c. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n : $2U_n = 5^{n+2} + 3$.

d. Montrer que, pour tout entier naturel n : $5^{n+2} \equiv 25 [100]$.

e. En déduire que, pour tout entier naturel n : $2U_n \equiv 28 [100]$.

3. Déterminer les deux derniers chiffres dans l'écriture décimale de U_n .