

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

La congruence



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

Pour savoir si un entier naturel n est divisible par 7, on sépare le chiffre des unités de n des autres chiffres et on effectue la différence entre le nombre formé par les autres chiffres et le double du chiffre des unités.

L'entier n est divisible par 7, ssi cette différence est divisible par 7.

1. A l'aide de ce critère, déterminer:

a. si 4361 est divisible par 7.

b. si 542 est divisible par 7.

2. On se propose de démontrer ce critère pour un nombre de trois chiffres.

Soit n un entier naturel de trois chiffres dont l'écriture décimale est $n = \overline{abc}$, avec $a \neq 0$.

a. Montrer que: $n \equiv 2a + 3b + c [7]$.

b. On appelle m l'entier égal à la différence décrite dans le critère.

Montrer que: $m \equiv 3a + b - 2c [7]$.

c. En déduire que: $n - 3m \equiv 0 [7]$ et $m + 2n \equiv 0 [7]$.

d. En déduire que $m \equiv 0 [7]$ si et seulement si $n \equiv 0 [7]$ puis conclure.