

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Suites Numériques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SUITE À TERMES STRICTEMENT POSITIFS

CORRECTION

1. Calculons u_1 , u_2 et u_3 :

a. $u_1 = \frac{1}{2^1}$ cad $u_1 = \frac{1}{2}$. (0,5)

b. $u_2 = \frac{2}{2^2}$ cad $u_2 = \frac{1}{2}$. (0,5)

c. $u_3 = \frac{3}{2^3}$ cad $u_3 = \frac{3}{8}$. (0,375)

2. Quel semble être le sens de variation de la suite (u_n) ?

Préalablement, notons que: $u_4 = \frac{4}{2^4}$ cad $u_4 = \frac{1}{4}$. (0,25)

Ainsi: " on pourrait, a priori, penser que la suite (u_n) est décroissante ".

3. Montrons que pour tout entier naturel non nul, $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$:

Pour tout entier naturel $n \geq 1$, nous savons que: $u_n = \frac{n}{2^n}$.

Dans ces conditions, pour tout entier naturel $n \geq 1$:

$$\begin{aligned}\frac{u_{n+1}}{u_n} &= \frac{\frac{(n+1)}{2^{(n+1)}}}{\frac{n}{2^n}} \\ &= \frac{2^n \times (n+1)}{2^{(n+1)} \times n} \\ &= \frac{n+1}{2n}.\end{aligned}$$

Ainsi, $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$ ssi: $\frac{n+1}{2n} \leq 1$ cad $n+1 \leq 2n$ ou encore $n-1 \geq 0$.

Or $n-1 \geq 0$ revient à dire que $n \geq 1$ ce qui est bien vérifié car $n \in \mathbb{N}^*$.

En conclusion: oui, pour tout entier naturel n non nul, nous avons bien $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$.

4. Concluons:

Comme (u_n) est une suite à termes strictement positifs et que $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$,

nous pouvons affirmer que: la suite (u_n) est décroissante sur \mathbb{N}^* . ($u_{n+1} - u_n \leq 0$)