Maths Complémentaires Terminale

Suites Numériques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SUITE STATIONNAIRE OU CONSTANTE

CORRECTION

1. Déterminons la valeur de U_0 pour laquelle la suite (U_n) n'est pas définie:

La suite (U_n) est définie ssi: $2 + 5\,U_0 \neq 0$ cad $U_0 \neq -\frac{2}{5}$.

Ainsi la suite (U_n) n'est pas définie quand: $U_0 = -\frac{2}{5}$.

2. Que se passe-t-il si $a = 0$?

Si $a = 0$: $U_0 = 0$, $U_1 = 0$, $U_2 = 0$, . . ., $U_n = 0$ et $U_{n+1} = 0$.

Dans ces conditions, la suite (U_n) est définie sur IN par: $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_n = 0 \end{cases}$.

La suite (U_n) est donc: constante ou stationnaire.

3. Déterminons b pour que la suite (V_n) soit stationnaire:

Préalablement, nous devons déterminer le terme général de la suite (V_n).

$$V_n = \frac{1}{U_n} \iff V_n = \frac{2 + 5\,U_{n-1}}{3\,U_{n-1}}$$

$$\iff V_n = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{U_{n-1}}\right) + \frac{5}{3}$$

$$\Longleftrightarrow \quad V_n = \frac{2}{3} V_{n-1} + \frac{5}{3}.$$

Dans ces conditions, la suite (V_n) est stationnaire ssi: $V_{n+1} = V_n = V_{n-1} = \ldots = V_0$.

Or: $V_0 = b$.

Donc la suite (V_n) est stationnaire ssi: $b = \frac{2}{3} b + \frac{5}{3}$ cad $b = 5$.

Ainsi, la suite (V_n) est stationnaire quand: $b = 5$.

La suite (V_n) est donc définie sur IN par: $\begin{cases} V_0 = b \\ V_n = b \end{cases}, b \in \mathbb{N}.$