Maths Complémentaires Terminale

Suites Numériques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SENS DE VARIATION DE 2 SUITES À PARTIR DE f

CORRECTION

1. a. Déterminons une fonction f telle que $U_n = f(n)$, avec $n \in \mathbb{N}$:

La fonction f qui permet de définir la suite (U_n) est:

pour tout $x \in [\,0\,; +\infty\,[$: $f(x) = 2 - 3x$.

1. b. Déterminons une fonction f telle que $V_n = f(n)$, avec $n \in \mathbb{N}$:

La fonction f qui permet de définir la suite (V_n) est:

pour tout $x \in [\,0\,; +\infty\,[$: $f(x) = 2 - x^2$.

2. a. Déterminons le sens de variation de la suite (U_n) sur $\mathbb{N}$:

Soit f la fonction définie sur $[\,0\,; +\infty\,[$ par: $f(x) = 2 - 3x$.

f est dérivable sur $[\,0\,; +\infty\,[$ et nous avons pour tout x appartenant à $[\,0\,; +\infty\,[$:

$$f'(x) = -3 < 0.$$

Sur $[\,0\,; +\infty\,[$, f est donc: strictement décroissante.

Nous pouvons alors dresser le tableau de variations suivant:

x	0	$+\infty$
f'	$-$	
f	2 $\searrow$	$-\infty$

D'après le cours: " **lorsque $U_n = f(n)$, f étant une fonction définie sur $[\,0\,;+\infty\,[$, les variations de la suite (U_n) suivent celles de f.** "

Ici, pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$: $U_n = 2 - 3n$ ou encore $f(n) = 2 - 3n$.

Ainsi, pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$: la suite (U_n) a le même sens de variation que la fonction f définie sur $[\,0\,;+\infty\,[$.

La suite (U_n) est donc: strictement décroissante sur $\mathbb{N}$.

2. b. Déterminons le sens de variation de la suite (V_n) sur $\mathbb{N}$:

Soit f la fonction définie sur $[\,0\,;+\infty\,[$ par: $f(x) = 2 - x^2$.

f est dérivable sur $[\,0\,;+\infty\,[$ et nous avons pour tout x appartenant à $[\,0\,;+\infty\,[$:

$$f'(x) = -2x \leqslant 0.$$

Sur $[\,0\,;+\infty\,[$, f est donc: décroissante.

Nous pouvons alors dresser le tableau de variations suivant:

x	0	$+\infty$
f'	$-$	
f	2 $\searrow$	$-\infty$

D'après le cours: " lorsque $V_n = f(n)$, f étant une fonction définie sur $[\,0\,;+\infty\,[$, les variations de la suite (V_n) suivent celles de f. "

Ici, pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$: $V_n = 2 - n^2$ ou encore $f(n) = 2 - n^2$.

Ainsi, pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$: la suite (V_n) a le même sens de variation que la fonction f définie sur $[\,0\,;+\infty\,[$.

La suite (V_n) est donc: décroissante sur $\mathbb{N}$.