Maths Complémentaires Terminale

Suites Numériques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

MONOTONIE ET SUITES DÉFINIES PAR RÉCURRENCE

CORRECTION

1. a. Calculons U_1 et U_2 quand $U_{n+1} = U_n - 7$:

- $U_1 = 3$,
- $U_2 = -4$.

Ainsi: $U_0 = 10$, $U_1 = 3$ et $U_2 = -4$.

La suite (U_n) semble être décroissante.

1. b. Calculons U_1 et U_2 quand $U_{n+1} = 3U_n$:

- $U_1 = 3$,
- $U_2 = 9$.

Ainsi: $U_0 = 1$, $U_1 = 3$ et $U_2 = 9$.

La suite (U_n) semble être croissante.

1. c. Calculons U_1 et U_2 quand $U_{n+1} = U_n - (n-4)^2$:

- $U_1 = 20 - (0-4)^2$ cad $U_1 = 4$,
- $U_2 = 4 - (1-4)^2$ cad $U_2 = -5$.

Ainsi: $U_0 = 20$, $U_1 = 4$ et $U_2 = -5$.

La suite (U_n) semble être décroissante.

2. Étudions leur monotonie:

Cela revient à déterminer le sens de variation des suites (U_n).

a. Quand $U_{n+1} = U_n - 7$ et $U_0 = 10$:

$U_{n+1} - U_n = -7 < 0$.

Ainsi: $U_{n+1} - U_n < 0$, et donc $U_{n+1} < U_n$.

La suite (U_n) est donc: strictement décroissante sur IN.

b. Quand $U_{n+1} = 3\,U_n$ et $U_0 = 1$:

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = 3 > 1.$$

Ainsi: $\dfrac{U_{n+1}}{U_n} > 1$, et donc $U_{n+1} > U_n$.

La suite (U_n) est donc: strictement croissante sur IN.

c. Quand $U_{n+1} = U_n - (n-4)^2$ et $U_0 = 20$:

$U_{n+1} - U_n = -(n-4)^2 < 0$, pour tout $n \in$ IN.

Ainsi: $U_{n+1} - U_n < 0$, et donc $U_{n+1} < U_n$.

La suite (U_n) est donc: strictement décroissante sur IN.