Maths Complémentaires Terminale

Suites Numériques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

COMPORTEMENT À L'INFINI D'UNE SUITE

CORRECTION

1. Conjecturons la limite de chacune des suites (U_n):

a. Après calculs: la suite (U_n) semble décroître et tendre vers " 0 ".

b. Après calculs: la suite (U_n) semble décroître et tendre vers " 2 ".

c. Après calculs: la suite (U_n) semble décroître et tendre vers " 0 ".

d. Après calculs: la suite (U_n) semble décroître et tendre vers " 0 ".

e. Après calculs: la suite (U_n) semble décroître et tendre vers " 2 ".

f. Après calculs: la suite (U_n) semble croître et tendre vers " $+\infty$ ".

g. Après calculs: la suite (U_n) semble décroître et tendre vers " 0 ".

2. Calculons la limite en $+\infty$ de chacune des suites (U_n):

a. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n}$

$= 0.$

Ainsi la suite (U_n): tend bien vers " 0 " quand n tend vers $+\infty$.

b. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} 2 + \dfrac{4}{n}.$

Or: $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{4}{n} = 0.$

D'où: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 2.$

Ainsi la suite (U_n): tend bien vers " 2 " quand n tend vers $+\infty$.

c. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

$= 0.$

Ainsi la suite (U_n): tend bien vers " 0 " quand n tend vers $+\infty$.

d. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{7}{n^2}$

$= 0.$

Ainsi la suite (U_n): tend bien vers " 0 " quand n tend vers $+\infty$.

e. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{6n^2 + 1}{3n^2}$

$= \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{6n^2}{3n^2} + \frac{1}{3n^2}$

$= \lim\limits_{n \to +\infty} 2 + \frac{1}{3n^2}.$

Or: $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{3n^2} = 0.$

D'où: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 2.$

Ainsi la suite (U_n): tend bien vers " 2 " quand n tend vers $+\infty$.

f. $$\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{3n^3 + 7n^2}{3n^2}$$

$$= \lim_{n\to+\infty} \frac{3n^3}{3n^2} + \frac{7n^2}{3n^2}$$

$$= \lim_{n\to+\infty} n + \frac{7}{3}.$$

Or: $\lim_{n\to+\infty} n = +\infty.$

D'où: $\lim_{n\to+\infty} U_n = +\infty.$

Ainsi la suite (U_n): tend bien vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$.

g. $$\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{3n^2}{3n^3 + 7n^2}.$$

Or: $3n^3 + 7n^2 = 3n^2\left(n + \frac{7}{3}\right).$

D'où: $$\frac{3n^2}{3n^3 + 7n^2} = \frac{3n^2}{3n^2\left(n + \frac{7}{3}\right)}$$

$$= \frac{1}{n + \frac{7}{3}}.$$

Et donc: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \dfrac{1}{n + \dfrac{7}{3}}$

$= 0.$

Ainsi la suite (U_n): tend bien vers " 0 " quand n tend vers $+\infty$.

3. Indiquons la nature de chaque suite:

Il s'agit de dire si elles sont convergentes ou divergentes.

a. Comme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 0$: la suite (U_n) est convergente. (" 0 " est un nombre fini)

b. Comme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 2$: la suite (U_n) est convergente. (" 2 " est un nombre fini)

c. Comme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 0$: la suite (U_n) est convergente. (" 0 " est un nombre fini)

d. Comme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 0$: la suite (U_n) est convergente. (" 0 " est un nombre fini)

e. Comme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 2$: la suite (U_n) est convergente. (" 2 " est un nombre fini)

f. Comme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$: la suite (U_n) est divergente. (" $+\infty$ " n'est pas un nombre fini)

g. Comme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 0$: la suite (U_n) est convergente. (" 0 " est un nombre fini)