

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Suites Géométriques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UNE SUITE À PARTIR D'UNE SUITE...

4

CORRECTION

1. Calculons U_2 , U_3 et U_4 :

- $U_2 = 3 U_1 - 2 U_0$, cad: $U_2 = 15$.

- $U_3 = 3 U_2 - 2 U_1$, cad: $U_3 = 31$.

- $U_4 = 3 U_3 - 2 U_2$, cad: $U_4 = 63$.

2. a. Déterminons les valeurs de V_0 , t_0 , V_1 et t_1 :

- $V_0 = U_1 - U_0$, cad: $V_0 = 4$.

- $t_0 = U_1 - 2 U_0$, cad: $t_0 = 1$.

- $V_1 = U_2 - U_1$, cad: $V_1 = 8$.

- $t_1 = U_2 - 2 U_1$, cad: $t_1 = 1$.

2. b. Déterminons V_n , t_n , et $t_n - V_n$ en fonction de n :

En ce qui concerne (V_n):

Pour tout entier naturel n : $V_n = U_{n+1} - U_n$

D'où: $V_{n+1} = U_{n+2} - U_{n+1}$

$$= (3 U_{n+1} - 2 U_n) - (U_{n+1})$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 U_{n+1} - 2 U_n \\
 &= 2 (U_{n+1} - U_n) = (2 V_n).
 \end{aligned}$$

Donc: $V_{n+1} = 2 V_n, n \in \mathbb{N}$.

Ainsi, la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $V_0 = 4$: $V_n = 4 \times (2)^n, n \in \mathbb{N}$.

En ce qui concerne (t_n) :

Pour tout entier naturel n : $t_n = U_{n+1} - 2 U_n$.

$$\begin{aligned}
 \text{D'où: } t_{n+1} &= U_{n+2} - 2 U_{n+1} \\
 &= (3 U_{n+1} - 2 U_n) - (2 U_{n+1}) \\
 &= U_{n+1} - 2 U_n = (t_n).
 \end{aligned}$$

Donc: $t_{n+1} = t_n = t_{n-1} = \dots = t_1 = t_0 = 1$.

Ainsi, la suite (t_n) est une suite constante ou stationnaire: $t_n = 1, n \in \mathbb{N}$.

En ce qui concerne $t_n - V_n$:

Pour tout entier naturel n : $t_n - V_n = 1 - 4 \times (2)^n, n \in \mathbb{N}$.

3. Déduisons-en U_n en fonction de n :

Pour tout entier naturel n , nous remarquons que:

$$\begin{aligned}
 t_n - V_n &= (U_{n+1} - 2 U_n) - (U_{n+1} - U_n) \\
 &= -U_n.
 \end{aligned}$$

Donc: $U_n = -(t_n - V_n)$ cad $U_n = 4 \times (2)^n - 1, n \in \mathbb{N}$.