

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Suites Géométriques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UNE SUITE À PARTIR D'UNE SUITE...

3

CORRECTION

1. Montrons que pour tout entier naturel n , $U_{n+1} + V_{n+1} = U_n + V_n = 1$:

$$U_{n+1} + V_{n+1} = -2U_n + V_n + 3U_n = U_n + V_n$$

Dans ces conditions: • $U_n + V_n = U_{n-1} + V_{n-1}$

• $U_{n-1} + V_{n-1} = U_{n-2} + V_{n-2}$

⋮

• $U_1 + V_1 = U_0 + V_0$

D'où: $U_{n+1} + V_{n+1} = U_n + V_n = U_{n-1} + V_{n-1} = \dots = U_1 + V_1 = U_0 + V_0 = 1$.

Au total, pour tout entier naturel n , nous avons bien: $U_{n+1} + V_{n+1} = U_n + V_n = 1$.

2. Déduisons-en que $U_{n+1} = -3U_n + 1$:

Pour tout entier naturel n : $U_n + V_n = 1$.

D'où: $V_n = 1 - U_n$.

Et par conséquent: $U_{n+1} = -2U_n + V_n \iff U_{n+1} = -2U_n + (1 - U_n)$.

Ainsi, pour tout entier naturel n : $U_{n+1} = -3 U_n + 1$.

3. La suite (t_n) est-elle géométrique ?

Nous savons que pour tout entier naturel n : $U_{n+1} = -3 U_n + 1$, avec $U_0 = \frac{1}{4}$

$$\bullet t_n = U_n - \frac{1}{4}$$

Dans ces conditions: $U_{n+1} = -3 U_n + 1 \Leftrightarrow U_{n+1} - \frac{1}{4} = (-3 U_n + 1) - \frac{1}{4}$

$$\Leftrightarrow t_{n+1} = -3 \left(U_n - \frac{1}{4} \right)$$

$$\Leftrightarrow t_{n+1} = -3 t_n$$

Ainsi, la suite (t_n) est une suite géométrique de raison $q = -3$ et de premier terme $t_0 = U_0 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$: $t_n = -\frac{1}{4} \times (-3)^n, n \in \mathbb{N}$.

4. Déduisons-en U_n et V_n en fonction de n :

a. En ce qui concerne U_n :

Pour tout entier naturel n : $U_n = t_n + \frac{1}{4}$.

D'où: $U_n = -\frac{1}{4} \times (-3)^n + \frac{1}{4}, n \in \mathbb{N}$.

b. En ce qui concerne V_n :

Pour tout entier naturel n : $V_n = 1 - U_n$.

D'où: $V_n = \frac{1}{4} \times (-3)^n + \frac{3}{4}, n \in \mathbb{N}$.