

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

Suites Géométriques



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# SOMME DES $n$ TERMES D'UNE SUITE

## CORRECTION

1. Calculons la somme des  $n$  premiers termes:

a.  $U_n = 10^n$ ,  $U_0 = 1$ :

$$U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = U_0 \times \left( \frac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q} \right), \text{ avec } q \neq 1.$$

Or ici:  $U_0 = 1$  et  $q = 10$ .

Dans ces conditions:  $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = 1 \times \left( \frac{1 - 10^{(n+1)}}{1 - 10} \right)$ .

Ainsi:  $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = \frac{1}{9} (10^{(n+1)} - 1)$ .

b.  $U_n = 10 \times (7)^n$ ,  $U_0 = 10$ :

$$U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = U_0 \times \left( \frac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q} \right), \text{ avec } q \neq 1.$$

Or ici:  $U_0 = 10$  et  $q = 7$ .

Dans ces conditions:  $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = 10 \times \left( \frac{1 - 7^{(n+1)}}{1 - 7} \right)$ .

Ainsi:  $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = \frac{5}{3} (7^{(n+1)} - 1)$ .

c.  $U_n = 3^n$ ,  $U_0 = 1$ :

$$U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = U_0 \times \left( \frac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q} \right), \text{ avec } q \neq 1.$$

Or ici:  $U_0 = 1$  et  $q = 3$ .

Dans ces conditions:  $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = 1 \times \left( \frac{1 - 3^{(n+1)}}{1 - 3} \right)$ .

Ainsi:  $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = \frac{1}{2} (3^{(n+1)} - 1)$ .

d.  $U_n = 7 \times \left( \frac{1}{4} \right)^{(n-2)}$ ,  $U_2 = 7$ :

$$U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n = U_p \times \left( \frac{1 - q^{(n-p+1)}}{1 - q} \right), \text{ avec } q \neq 1.$$

Or ici:  $p = 2$ ,  $U_2 = 7$  et  $q = \frac{1}{4}$ .

Dans ces conditions:  $U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n = 7 \times \left( \frac{1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{(n-2+1)}}{1 - \frac{1}{4}} \right)$ .

Ainsi:  $U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n = \frac{28}{3} \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{(n-1)} \right)$ .

e.  $U_n = 3 \times (4)^{(n-3)}$ ,  $U_3 = 3$ :

$$U_3 + U_4 + U_5 + \dots + U_n = U_p \times \left( \frac{1 - q^{(n-p+1)}}{1 - q} \right), \text{ avec } q \neq 1.$$

Or ici:  $p = 3$ ,  $U_3 = 3$  et  $q = 4$ .

Dans ces conditions:  $U_3 + U_4 + U_5 + \dots + U_n = 3 \times \left( \frac{1 - 4^{(n-3+1)}}{1 - 4} \right)$ .

Ainsi:  $U_3 + U_4 + U_5 + \dots + U_n = 4^{(n-2)} - 1$ .

f.  $U_n = -3 \times \left( \frac{1}{2} \right)^{(n-1)}$ ,  $U_1 = -3$ :

$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = U_p \times \left( \frac{1 - q^{(n-p+1)}}{1 - q} \right)$ , avec  $q \neq 1$ .

Or ici:  $p = 1$ ,  $U_1 = -3$  et  $q = \frac{1}{2}$ .

Dans ces conditions:  $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = -3 \times \left( \frac{1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{(n-1+1)}}{1 - \frac{1}{2}} \right)$ .

Ainsi:  $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = 6 \left( \left( \frac{1}{2} \right)^n - 1 \right)$ .

## 2. Déterminons le sens de variation de chaque suite:

a.  $U_n = 10^n$ ,  $U_0 = 1$ :

Ici:  $(U_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = 10 > 1$  et de premier terme  $U_0 = 1 > 0$ .

Donc d'après le cours, nous pouvons affirmer que: la suite  $(U_n)$  est croissante sur  $\mathbb{N}$ .

b.  $U_n = 10 \times (7)^n$ ,  $U_0 = 10$ :

Ici:  $(U_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = 7 > 1$  et de premier terme  $U_0 = 10 > 0$ .

Donc d'après le cours, nous pouvons affirmer que: la suite  $(U_n)$  est croissante sur  $\mathbb{N}$ .

c.  $U_n = 3^n$ ,  $U_0 = 1$ :

Ici:  $(U_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = 3 > 1$  et de premier terme  $U_0 = 1 > 0$ .

Donc d'après le cours, nous pouvons affirmer que: la suite  $(U_n)$  est croissante sur  $\mathbb{N}$ .

d.  $U_n = 7 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-2)}$ ,  $U_2 = 7$ :

Ici:  $(U_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{4} \in ]0, 1[$  et de premier terme  $U_2 = 7 > 0$ .

Donc d'après le cours, nous pouvons affirmer que: la suite  $(U_n)$  est décroissante pour tout entier naturel  $n \geq 2$ .

e.  $U_n = 3 \times (4)^{(n-3)}$ ,  $U_3 = 3$ :

Ici:  $(U_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = 4 > 1$  et de premier terme  $U_3 = 3 > 0$ .

Donc d'après le cours, nous pouvons affirmer que: la suite  $(U_n)$  est croissante pour tout entier naturel  $n \geq 3$ .

f.  $U_n = -3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{(n-1)}$ ,  $U_1 = -3$ :

Ici:  $(U_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{2} \in ]0, 1[$  et de premier terme  $U_1 = -3 < 0$ .

Donc d'après le cours, nous pouvons affirmer que: la suite  $(U_n)$  est croissante pour tout entier naturel  $n \geq 1$ .