

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Suites Géométriques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LES DÉCHETS MÉNAGERS

CORRECTION

1. Justifions que $d(0) = 530$ et que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $d(n+1) = 0,983 d(n)$:

- D'après l'énoncé, en 2017, le maire obtient 530 kg de déchets ménagers en moyenne par habitant, **2017 étant l'année de base cad l'année 0.**

D'où: $d(0) = 530$ kg.

- De plus, chaque année, le maire désire:

" Une réduction de la production de déchets de 1,7% ".

Soient: • $d(n+1)$, la quantité en kg de déchets ménagers moyenne produite par habitant de cette ville durant l'année $2017 + (n+1)$,

- $d(n)$, la quantité en kg de déchets ménagers moyenne produite par habitant de cette ville durant l'année $2017 + n$.

Pour tout entier naturel n :

$$d(n+1) = d(n) - 1,7\% \times d(n) \Leftrightarrow d(n+1) = 0,983 d(n).$$

Au total, nous avons bien: $d(n+1) = 0,983 d(n)$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2. a. Déterminons la formule demandée:

La formule à entrer dans la cellule B_3 est:

En B_3 : on entre $\ll = 0,983 * B_2 \gg$.

(car: $d(2) = 0,983 \times d(1)$)

2. b. b1. Déterminons la production en kg de déchets ménagers par habitant en 2022:

Nous savons que pour tout entier naturel n : $d(n+1) = 0,983 d(n)$.

Ainsi: • la suite $d(n)$ est une suite géométrique de raison $q = 0,983$ et de premier terme $d(0) = 530$ kg.

• nous pouvons écrire que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $d(n) = (0,983)^n \times 530$.

De plus, l'année 2022 correspond à $n = 5$.

Il s'agit donc ici de calculer $d(5)$!

$d(5) = (0,983)^5 \times 530$ cad $d(5) \approx 486,5$ kg.

En 2022, la production de déchets ménagers par habitant de la ville sera d'environ: $486,5$ kg.

2. b. b2. Le maire a-t-il atteint son objectif ?

L'objectif du maire de la ville est d'avoir, en 5 ans, au maximum 513 kg de déchets ménagers par habitant de sa ville (moyenne Nationale).

Or, après 5 ans cad en 2022, la production de déchets ménagers par habitant de sa ville est d'environ $486,5$ kg.

Comme $486,5 \text{ kg} < 513 \text{ kg}$: objectif atteint par le maire de la ville !

3. a. Recopions et complétons l'algorithme permettant d'obtenir le rang de l'année à partir de laquelle l'objectif du maire sera atteint:

L'algorithme recopié et complété est le suivant:

```

n = 0
d = 530
while d > 487
    n = n + 1
    d = 0,983 * d

```

3. b. Déterminons en quelle année l'objectif sera atteint:

L'objectif du maire de la ville est d'avoir au maximum 487 kg de déchets ménagers par habitant de sa ville (moyenne Européenne).

Or, en 2022, la production de déchets ménagers par habitant de sa ville est d'environ 486,5 kg.

Comme $486,5 \text{ kg} < 487 \text{ kg}$: encore une fois, objectif atteint !