

www.freemaths.fr

Maths

Complémentaires

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LA RETENUE D'EAU

ÉNONCÉ

Une retenue d'eau artificielle contient $100\,000\text{m}^3$ d'eau le 1^{er} juillet 2013 au matin.

La chaleur provoque dans la retenue une évaporation de 4% du volume total de l'eau par jour. De plus, chaque soir, on doit libérer de la retenue 500m^3 pour l'irrigation des cultures aux alentours.

Cette situation peut être modélisée par une suite (V_n) .

Le premier juillet 2013 au matin, le volume d'eau en m^3 est $V_0 = 100\,000$.

Pour tout entier naturel n supérieur à 0, V_n désigne le volume d'eau en m^3 au matin du n -ième jour qui suit le 1^{er} juillet 2013.

1. a. Justifier que le volume d'eau V_1 au matin du 2 juillet 2013 est égal à $95\,500\text{m}^3$.

b. Déterminer le volume d'eau V_2 au matin du 3 juillet 2013.

c. Montrer que, pour tout entier naturel n , on a : $V_{n+1} = 0,96V_n - 500$.

2. Pour déterminer à quelle date la retenue ne contiendra plus d'eau, on a commencé par élaborer l'algorithme ci-dessous. Recopier et compléter les lignes L6, L7 et L9 de cet algorithme pour qu'il donne le résultat attendu.

L1	Variables :	V est un nombre réel
L2		N est un entier naturel
L3	Traitement :	Affecter à V la valeur 100 000
L4		Affecter à N la valeur 0
L5		Tant que $V > 0$
L6		Affecter à V la valeur
L7		Affecter à N la valeur
L8		Fin Tant que
L9	Sortie :	Afficher

3. Soit la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par: $U_n = V_n + 12\,500$.

a. Montrer que la suite (U_n) est une suite géométrique de raison 0,96.
Préciser son premier terme.

b. Exprimer U_n en fonction de n .

c. En déduire que, pour tout entier naturel n , $V_n = 112\,500 \times 0,96^n - 12\,500$.

4. a. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation: $V_n \leq 0$.

b. Interpréter ce résultat.