

www.freemaths.fr

Maths

Complémentaires

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LA MÉDIATHÈQUE

ÉNONCÉ

La médiathèque d'une petite ville a ouvert ses portes le 2 janvier 2013 et a enregistré 2 500 inscriptions en 2013.

Elle estime que, chaque année, 80% des anciens inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 400 nouveaux adhérents.

On modélise cette situation par une suite numérique (a_n) .

On note $a_0 = 2\,500$ le nombre d'inscrits à la médiathèque en 2013 et a_n représente le nombre d'inscrits à la médiathèque pendant l'année 2013 + n.

1. a. Calculer a_1 et a_2 .

b. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a la relation: $a_{n+1} = 0,8 \times a_n + 400$.

2. On pose, pour tout entier naturel n, $V_n = a_n - 2\,000$.

a. Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique.

b. En déduire que le terme général de la suite (a_n) est $a_n = 500 \times 0,8^n + 2\,000$.

c. Calculer la limite de la suite (a_n) .

d. Que peut-on en déduire pour le nombre d'adhérents à la médiathèque si le schéma d'inscription reste le même au cours des années à venir ?

3. On propose l'algorithme suivant:

Variables :	N entier A réel
Initialisation :	N prend la valeur 0 A prend la valeur 2 500
Traitement :	Tant que $A - 2000 > 50$ A prend la valeur $A \times 0,8 + 400$ N prend la valeur $N + 1$ Fin du Tant que
Sortie :	Afficher N .

a. Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme et interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.