

www.freemaths.fr

Maths

Complémentaires

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉCRANS 3D

ÉNONCÉ

Une entreprise s'intéresse au nombre d'écrans 3D qu'elle a vendus depuis 2010:

| Année | 2010 | 2011 | 2012 |
|---------------------------|------|------|-------|
| Nombre d'écrans 3D vendus | 0 | 5000 | 11000 |

Le nombre d'écrans 3D vendus par l'entreprise l'année $(2010 + n)$ est modélisé par une suite (U_n) , arithmético-géométrique, de premier terme $U_0 = 0$.

On rappelle qu'une suite arithmético-géométrique vérifie, pour tout entier naturel n , une relation de récurrence de la forme $U_{n+1} = a \times U_n + b$ où a et b sont deux réels non nuls.

1. a. En supposant que $U_1 = 5000$, déterminer la valeur de b .
- b. En supposant de plus que $U_2 = 11000$, montrer que pour tout entier naturel n , on a: $U_{n+1} = 1,2 \times U_n + 5000$.

2. a. Calculer U_3 et U_4 .

b. En 2013 et 2014, l'entreprise a vendu 18000 et 27000 écrans 3D.

La modélisation semble-t-elle pertinente ?

Dans toute la suite, on fait l'hypothèse que le modèle est une bonne estimation du nombre d'écrans 3D que l'entreprise va vendre jusqu'en 2022.

3. On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$V_n = U_n + 25000.$$

a. Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $1,2$.
Préciser la valeur de son premier terme V_0 .

b. Montrer que pour tout entier naturel n , $U_n = 25000 \times 1,2^n - 25000$.

4. On souhaite connaître la première année pour laquelle le nombre de ventes d'écrans 3D dépassera 180 000 unités.

a. Prouver que résoudre l'inéquation $U_n > 180000$ revient à résoudre l'inéquation $1,2^n > 8,2$.

b. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il détermine et affiche le plus petit entier naturel n , solution de l'inéquation $1,2^n > 8,2$.

| | |
|-------------------------|--|
| Variables : | N est un entier naturel W est un nombre réel |
| Initialisation : | N prend la valeur 0 W prend la valeur ... |
| Traitement : | Tant que W prend la valeur $W \times 1,2$ Fin du Tant que |
| Sortie : | Afficher ... |

c. Déterminer cet entier naturel n .

5. À partir de 2023, l'entreprise prévoit une baisse de 15% par an du nombre de ses ventes d'écrans 3D. Combien d'écrans 3D peut-elle prévoir de vendre en 2025 ?