

www.freemaths.fr

Maths

Complémentaires

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

BICYCL'AIME

ÉNONCÉ

Depuis le 1^{er} janvier 2015, une commune dispose de vélos en libre service.

Bicycl'Aime est chargée de l'exploitation et de l'entretien du parc de vélos.

La commune disposait de 200 vélos au 1^{er} janvier 2015.

La société estime que, chaque année, 15% des vélos sont retirés de la circulation à cause de dégradations et que 42 nouveaux vélos sont mis en service.

On modélise cette situation par une suite (U_n) où U_n représente le nombre de vélos de cette commune au 1^{er} janvier de l'année 2015 + n .

1. Déterminer le nombre de vélos au 1^{er} janvier 2016.

2. Justifier que la suite (U_n) est définie par $U_0 = 200$ et, pour tout entier naturel n , par : $U_{n+1} = 0,85 U_n + 42$.

3. On donne l'algorithme suivant :

Variables :	N entier U réel
Initialisation :	N prend la valeur 0 U prend la valeur 200
Traitement :	Tant que $N < 4$ U prend la valeur $0,85 \times U + 42$ N prend la valeur $N + 1$ Fin tant que
Sortie :	Afficher U

- a. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à l'unité. Quel nombre obtient-on à l'arrêt de l'algorithme ?

U	200				
N	0	1	2	3	4
Condition $N < 4$	Vrai				

- b. Interpréter la valeur du nombre U obtenue à l'issue de l'exécution de cet algorithme.
4. Soit la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par: $V_n = U_n - 280$.
- a. Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison 0,85 et de premier terme $V_0 = -80$.
- b. Pour tout entier naturel n, exprimer V_n en fonction de n.
- c. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a: $U_n = -80 \times 0,85^n + 280$.
- d. Calculer la limite de la suite (U_n) et interpréter ce résultat.
5. La société Bicycl'Aime facture chaque année à la commune 300€ par vélo en circulation au 1^{er} janvier.

Déterminer le coût total pour la période du 1^{er} janvier 2015 au 31 décembre 2019, chacun des termes utilisés de la suite (U_n) étant exprimé avec un nombre entier.