

www.freemaths.fr

Maths

Complémentaires

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ACCORD DE KYOTO

CORRECTION

Partie A: L'accord de Kyoto (1997)

1. En 2011, la France respectait-elle déjà cet engagement ?

Pour répondre à cette question, nous allons calculer le pourcentage de baisse entre les années 1990 et 2011. Et le comparer à 8%.

Rappelons que:

- En 2011, émission de 486 mégatonnes de GES,
- En 1990, émission de 559 mégatonnes de GES.

Soient E_x l'émission initiale (1990) et E_y l'émission finale (2011),

avec: $E_x = 559$ mégatonnes et $E_y = 486$ mégatonnes.

Soit " a " le pourcentage de baisse recherché.

D'après le cours, nous avons: $E_y = (1 - a) \times E_x$

$$\Leftrightarrow (1 - a) = \frac{E_y}{E_x}$$

$$\Leftrightarrow (1 - a) = \frac{486}{559}$$

$$\Rightarrow a = 0,130 \text{ ou } a = 13\%$$

Au total: comme le pourcentage de diminution est de 13% et que $13\% > 8\%$, oui la France respectait déjà cet engagement.

2. Calculons le nombre de mégatonnes en équivalent CO_2 émises par la France en 2010:

Ici: $a = 5,6\%$, $E_y = 486$ mégatonnes et $E_x = x$ mégatonnes.

(2011)

(2010)

D'après le cours, nous avons: $E_y = (1 - a) \times E_x$

$$\Leftrightarrow E_x = \frac{E_y}{(1 - a)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{486}{(1 - 5,6\%)}$$

$$\Rightarrow x \approx 514,8 \text{ mégatonnes.}$$

Au total, le nombre de mégatonnes en équivalent CO_2 émises par la France est d'environ: 514,8.

Partie B: Étude des émissions de gaz à effet de serre

1. Calculons U_0 et U_1 :

- Il s'agit de calculer U_0 .

$U_0 = 41$ milliers de tonnes de CO_2 , d'après l'énoncé.

Ainsi, le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone au cours de l'année 2005 est de: 41.

- Il s'agit de calculer U_1 .

$$U_1 = (1 - 2\%) U_0 + 0,2 \Leftrightarrow U_1 = 0,98 \times 41 + 0,2$$

$$\Rightarrow U_1 = 40,38 \text{ milliers de tonnes de } \text{CO}_2.$$

Ainsi, le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone au cours de l'année 2006 est de: 40,38.

2. Montrons que, pour tout entier naturel n , on a: $U_{n+1} = 0,98 \times U_n + 0,2$:

- D'après l'énoncé, le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone en 2005 est de 41.

D'où: $U_0 = 41$ milliers de tonnes de CO_2 .

- De plus, chaque année, il y a une réduction des émissions de 2% et les nouvelles entreprises génèrent 200 tonnes supplémentaires de GES en équivalent CO_2 .

Soient:

- U_{n+1} , le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone au cours de l'année $(2005 + (n + 1))$,
- U_n , le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone au cours de l'année $(2005 + (n))$.

Pour tout entier naturel n , le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis U_{n+1} est égal à celui U_n diminué de 2% et augmenté de 200 tonnes de GES (soit 0,2 milliers de tonnes).

Pour tout entier naturel n :

$$U_{n+1} = U_n - 2\% U_n + 0,2 \Rightarrow U_{n+1} = 0,98 U_n + 0,2.$$

3. a. Montrons que (V_n) est une suite géométrique de raison 0,98 et précisons V_0 :

$$V_n = U_n - 10 \Leftrightarrow V_{n+1} = U_{n+1} - 10$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = (0,98 U_n + 0,2) - 10 \quad (1).$$

Or: $V_0 = U_0 - 10 \Rightarrow V_0 = 31$ et $U_n = V_n + 10$.

Ainsi: $(1) \Leftrightarrow V_{n+1} = (0,98[V_n + 10] + 0,2) - 10$

$$\Rightarrow V_{n+1} = 0,98 V_n.$$

Par conséquent, (V_n) est bien une suite géométrique de raison $q = 0,98$ et de premier terme $V_0 = 31$.

3. b. Exprimons V_n en fonction de n , pour tout entier naturel n :

Comme $V_{n+1} = 0,98 V_n$, d'après le cours nous pouvons affirmer que:

$$V_n = V_0 \times (0,98)^n, \text{ avec: } V_0 = 31.$$

3. c. Déduisons que, pour tout entier naturel n , $U_n = 31 \times (0,98)^n + 10$:

Nous savons que: * $V_n = 31 \times (0,98)^n$

* $U_n = V_n + 10$.

D'où: $U_n = 31 \times (0,98)^n + 10$.

4. a. Calculons la limite de la suite (U_n) :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 31 \times (0,98)^n + 10$$

$$= 10 \text{ car: } \lim_{n \rightarrow +\infty} (0,98)^n = 0, \text{ car: } 0,98 \in]0, 1[.$$

La suite (U_n) est donc convergente et converge vers 10 milliers de tonnes de CO_2 .

4. b. Interprétation:

Cela signifie qu'au bout de n années (" n " très grand), dans la zone industrielle choisie, il y aura plus que 10 milliers de tonnes d'émissions de GES.

Et ce chiffre sera stable à long terme.

5. a. Recopions et complétons les lignes L_7 et L_9 de l'algorithme:

Les lignes L_7 et L_9 complétées sont les suivantes:

- L_7 : Tant que $U > 20,5$ faire
- L_9 : U prend la valeur $0,98 \times U + 0,2$

5. b. Interprétons ce résultat:

Cela signifie qu'il faut 54 ans, après 2005, soit attendre 2059 pour voir réduite de moitié les émissions de GES, dans cette zone industrielle.