www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Limite d'une Suite

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA NATURE D'UNE SUITE (U_n) 4

CORRECTION

Préalablement, notons que déterminer la nature d'une suite revient à dire si la suite est convergente ou divergente.

1. Déterminons la nature de la suite (U_n):

Ici: $U_n = \dfrac{2n+4}{\dfrac{1}{n} - 5}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty} \frac{2n+4}{\dfrac{1}{n} - 5}.$$

Or: • $\lim\limits_{n \to +\infty} 2n + 4 = \lim\limits_{n \to +\infty} n\left(2 + \dfrac{4}{n}\right)$

$= \lim\limits_{n \to +\infty} 2n = +\infty$ $\left(\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{4}{n} = 0 \right)$.

• $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n} - 5 = \lim\limits_{n \to +\infty} -5 = -5$ $\left(\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n} = 0 \right)$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = -\infty$ $\left(\dfrac{+\infty}{-5}\right)$.

En conclusion, comme $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = -\infty$: la suite (U_n) est divergente.

2. Déterminons la nature de la suite (U_n):

Ici: $U_n = \dfrac{-3}{2n^2+n+1}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{-3}{2n^2+n+1}.$$

Or:

- $\lim\limits_{n\to+\infty} -3 = -3$.

- $$\lim_{n\to+\infty} 2n^2+n+1 = \lim_{n\to+\infty} n^2\left(2+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}\right)$$
$$= \lim_{n\to+\infty} 2n^2 \qquad \left(\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n} = \lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n^2} = 0\right)$$
$$= +\infty.$$

Dans ces conditions: $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 0$ $\left(\dfrac{-3}{+\infty}\right)$.

En conclusion, comme $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 0$, limite finie: la suite (U_n) est convergente et converge vers 0.